分类号 _____ 密 级 _____

U D C _____ 编 号 _____

武漢大學

硕 士 学 位 论 文

轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法研究

研 究 生 姓 名 ：房博乐

学 号 ：2017202140016

指导教师姓名、职称 ：桑吉章 教授&牛小骥 教授&陈起金 博士后

专 业 名 称 ：导航、制导与控制

研 究 方 向 ：INS/GNSS 组合导航

二〇二〇年四月

Research on track geometric feature matching /INS/ odometer multi-source integrated train positioning algorithm

By

FangBole

Supervised by

Prof. SangJizhang

Prof. Niu Xiaoji

Dr. Chen Qijin

School of Geodesy and Geomatics

Wuhan University

Wuhan,430079,P.R. China

Apr. 2020

论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的研究成果。除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者（签名）：

2020 年　5　月

摘 要

随着通信技术尤其是无线电技术的日趋成熟，以此技术为背景的列车运行控制系统成为人们研究的热点。在列车运行控制系统中，列车定位技术是必要技术之一，要使得列车能够高效和安全的运行，就必须获取精确可靠的列车位置信息。因此对列车定位技术进行研究有着重要的实际意义。

目前，列车定位技术种类颇多，它们各自都能在某种程度上满足特定的列车定位需求，也存在各自的固有缺陷。例如在城市轨道交通以及隧道中，传统的GNSS 定位技术将受到环境的限制而无法发挥作用，目前广泛采用的应答-查询器的定位方法的信息传递是间断的，无法满足实时获取列车位置信息的要求，并且还要布设大量的传感器。面对新型列车控制系统低密度轨旁设备、移动闭塞、高精度和高可靠的列车定位要求，单一的定位技术均无法全面满足上述要求。多源信息融合实现各定位信息源之间的优势互补是列车定位技术的发展趋势。

本文利用轨道几何特征（轨道姿态和轨距）这一新的特征信号来进行匹配定位，变化幅度过大的轨道姿态（及轨道不平顺）和轨距对列车运行安全和舒适性来说是应当避免的“有害信号”，但对于定位应用却是可资利用的信号资源。本文发掘其定位潜力，用于辅助列车定位系统，实现“变废为宝”。本文将不同数据率的传感器和不同时间采集的数据统一到空间同一里程点位置，使得多次测量的数据具备位置关联性。采用计算最大皮尔森相关系数的方法求取背景数据和匹配数据之间的最佳匹配位置，在此基础上分析了几种轨道几何特征的匹配定位精度，并讨论了影响定位精度的因素，对参数进行了优化，实现了亚米级的列车匹配定位精度。

具体设计了轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法方案，一方面，在给定初始概略位置（粗定位）的情况下，IMU/里程计自主导航解算得到列车里程预测值，作为轨道几何特征的局部里程索引。另一方面，IMU 结合轨距传感器实测轨道几何特征并与背景特征地图匹配获取里程外部观测；通过Kalman 滤波对惯性导航和匹配定位进行融合处理，得到校正后的精确里程（即定位信息），并在线估计和补偿 IMU 的传感器误差。通过在轨检小车平台和列车平台上搭载多套不同等级的惯导和其它传感器进行数据采集实验，对算法模型进行了验证和优化。分析了不同等级惯导采集数据处理后的姿态在里程维度上的重复性，同时分析了不同里程长度轨道几何特征匹配窗口对定位结果的影响。

关键词： 钢轨几何特征；匹配定位；多信息融合；列车定位

Abstract

With the increasingly mature of communication technology, especially radio technology, the train operation control system based on this technology has become a research hotspot. In the train operation control system, train positioning technology is one of the necessary technologies. In order to make the train run efficiently and safely, it is necessary to obtain accurate-train position information. Therefore, it is of great significance to study the train positioning technology.

At present, there are many kinds of train positioning technologies, each of which can meet the specific needs of train positioning to some extent, but they also have their own inherent defects. For example, in urban rail transit and tunnel, the traditional GNSS positioning technology will be limited by the environment and cannot play a role. Currently, the widely used responder - query positioning method is intermittent in the transmission of information, which cannot meet the requirements of real-time acquisition of train location information, and a large number of sensors have to be placed. Single positioning technology cannot meet the requirements of low density rail side equipment, moving block, high precision and high reliability of train positioning. Multi-source information fusion to realize the complementary advantages of each location information source is the development trend of train positioning technology.

In this paper, a new track geometry signal (track attitude and track gauge) is proposed to use for matching positioning. If the range of track attitude and track gauge changes greatly, it will become a "harmful signal" that should be avoided for the safety and comfort of train operation, but it is a signal resource that can be used for positioning application. This paper explores its positioning potential and uses it to assist the train positioning system to realize "turning waste into treasure". In this paper, the spatial and temporal variation characteristics of the geometric features of the track are analyzed. By unifying the data collected from different working frequency sensors and different time to the same range point, the data measured for multiple times has the position correlation. The method of calculating the maximum Pearson correlation coefficient is

used to find the best matching position between the background data and the matching data. On this basis, the matching positioning accuracy of several geometric features of the track is analyzed, and the factors affecting the positioning accuracy are discussed.

In this paper, a multi-information fusion train positioning algorithm is designed. On the one hand, in the case of a given initial approximate position (rough positioning), the IMU/ odometer autonomous navigation solution is used to obtain the predicted train mileage, which is used as the mileage index of track geometric features. On the other hand, the IMU combines with the track gauge sensor to measure the geometric features of the track and matches with the background feature map to obtain the distance external observation. Kalman filter is used to fuse inertial navigation and matching positioning, to obtain the accurate distance (that is, positioning information) . The IMU sensor error is estimated and compensated online. The algorithm model is verified and optimized by data acquisition experiments with several sets of inertial navigation of different levels and other sensors mounted on the rail inspection vehicle platform and train platform. The attitude repeatability collected by different levels of inertial navigation is analyzed and the influence of different length feature matching Windows on the positioning results is analyzed.

Keywords: Track geometry; Matching positioning; Multi-source integrated; Train positioning

目　录

摘 要 4

Abstract 5

1　绪论 9

1.1　选题背景与意义 9

1.2　国内外研究现状 10

1.3　研究内容与研究难点 15

1.3.1　研究内容 15

1.3.2　难点与创新 15

1.4　论文结构安排 16

2　基本理论和概念 18

2.1　轨道几何特征与姿态 18

2.1.1　铁路轨道几何特征介绍 18

2.1.2　姿态表达式 20

2.2　惯性导航及组合导航技术基础 21

2.2.1　常用坐标系及转换 21

2.2.2　捷联惯导机械编排 25

2.2.3　惯性导航误差方程 27

2.2.4　卡尔曼滤波基础 28

3　轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法 30

3.1　基于轨道几何特征的列车匹配定位模型 31

3.2　建立观测方程 34

3.3　观测噪声和状态噪声方差阵的设置 35

3.4　状态估计的反馈 35

3.5　车辆约束 36

3.6　组合导航抗差处理 38

4　实验方案设计 40

4.1　硬件系统描述 40

4.1.1　轨检平台 40

4.1.2　惯导和参考系统 41

4.1.3　其他传感器 42

4.2 数据处理流程 43
4.2.1 传感器时间同步 43
4.2.2 里程同步和数据重采样 44
4.2.3 组合导航解算 44
5 实验与结果分析 47
5.1 实验描述 47
5.2 不同等级惯导姿态重复性及轨道几何特征匹配定位精度 48
5.2.1 不同等级惯导姿态重复性 48
5.2.2 不同等级惯导姿态及轨距匹配定位精度 53
5.3 整体性能分析 56
5.4 列车平台轨道几何特征匹配定位精度分析 60
6 总结与展望 65
6.1 总结 65
6.2 展望 66
参考文献 67
致谢 69

1 绪论

1.1 选题背景与意义

我国铁路交通持续快速发展，路网逐步完善，有力的支撑了我国经济的发展和便捷了人们的日常生活。铁路作为国家重要基础设施，将在我国社会发展中扮演重要角色和发挥重要的支撑作用[1]。近十年来，为满足轨道交通的发展需求，我国列车运行控制系统 CTCS（Chinese Train Control System）也逐步完成了升级，从最初的 CTCS-0 级到现在的 CTSCS-3 级，我国的列控系统发展迅速，大大缓解了我国对交通的需求压力，使我国铁路现代化水平得到了有效提升。

安全定位是列控系统的两大核心技术之一，我国的列车控制系统也不会满足和止步于 CTCS-3 级，发展更为先进的下一代列车控制系统符合我国社会发展需求，城市轨道交通 CBTC（Communication Based Train Control）、欧盟 ETCS 列控系统、美国 PTC 系统的研究经验对我国下一代列控系统的发展，提供了有益的借鉴 [2,3]。面对动态间隔可配置的先进列车控制系统，以及无人驾驶和智能轨道交通对列车位置感知的严苛和迫切需求，高精度高可靠的列车定位技术仍然是先进轨道交通领域的研究热点和技术前沿。

目前，列车定位技术种类颇多（如轨道电路、查询应答器、里程计、惯性测量单元、GNSS 等），它们各自都能在某种程度上满足特定的列车定位需求，也存在各自的固有缺陷[4,5]。面对新型列车控制系统低密度轨旁设备、移动闭塞、高可维护性、高精度和高可靠的列车定位要求，单一的定位技术均无法全面满足上述要求。伴随着传感器技术和信息技术快速发展，采用组合定位能够有效的提升列车定位效果，能够有效提升列车定位系统的定位精度和稳定性。进行多源信息融合，实现各定位源之间的优势互补是列车定位技术发展的主流趋势[6,7,8]。

多源信息融合列车定位研究面临以下两个主要技术挑战：一方面，在降低轨旁设备布设密度甚至取消轨旁设备的情况下，当卫星信号长时间中断时，如何维持定位的高精度和高可靠性和实现移动闭塞仍然是亟需解决的关键技术难题[9,10]。另一方面，面向先进和智能交通应用，分米级的高精度定位需求越来越迫切，但以现有技术实现这一目标技术难度大，建设和维护成本高。

因此，发掘低成本、高精度辅助定位源，提升列车定位系统的精度和可靠性具有重要研究意义和实用价值。针对上述技术难点和先进轨道交通对高精度高可靠列车自主定位的需求，本课题利用轨道几何特征（如轨道姿态、轨距偏差等）这一新的信号来实现列车的匹配定位，并进一步将匹配得到的位置信息辅助惯性导航系统来得到连续的列车位置。轨道几何特征对于列车运行安全和舒适性来说

是应当避免的“有害信号”，但对于匹配定位应用却是可供利用的信号资源。本文算法将发掘其定位潜力，用于辅助列车定位系统，实现“变废为宝”。该方法的优势在于通过几何特征序列匹配在多源信息融合列车定位框架内将里程定位精度进一步提升，准确实现轨道识别；另外，该方法不依赖于轨旁设备，可为列车组合定位系统提供一种新的高可靠辅助定位源，以显著增强列车组合定位系统的可靠性。

1.2 国内外研究现状

目前列车运行控制系统中常用的列车定位方法可以分为依赖轨旁设备（轨道电路、查询应答器）和列车安装定位设备（里程计、惯性传感器、GNSS 等）两类[11,12,41]。下面对主要列车定位方法的优缺点和发展动态进行介绍。本文所提轨道几何特征这一新信号匹配方法从属于匹配定位，因此也将列车匹配定位技术研究现状进行阐述。最后将介绍国内外所开展的列车定位研究项目。

1）列车定位技术研究现状

依赖轨旁设备的传统列车定位方法主要有早期的轨道电路和广泛使用的查询应答器，这两种传统的依赖轨旁设备定位方法所确定位置都不是在一个绝对参考坐标框架中[13]。基于轨道电路的列车定位将钢轨划分为彼此连接的区段进行列车的定位。此方法在每个区段的起始位置和终点位置安装发射和接收的传感器，构成一个信息闭合回路。当没有列车经过时，信号通过电路由发射端传输到接收端，接收端安装的继电器励磁吸起；当有列车进入某个区段时，两根铁轨将因列车机轮的通过而构成短路，信也就无法再传送到接收端，继电器也会失去磁性而落下，达到列车的定位以及检测的目的。早期轨道电路列车定位方法，因无法连续监测列车位置和实现移动闭塞，已无法适应先进轨道交通列控系统的需求被逐步淘汰。

查询/应答器系统在一根钢轨的外侧或者两根钢轨的中央一般会安装地面应答器，而在列车上与应答器相对应的位置则会安放查询器。应答器其内部的寄存器按照某种协议将数据保存从而实现列车速率的检测和其他功能的实现。查询应答器方法广泛应用于列车定位系统，但此方法需要布设大量的地面传感器，因而给建设和维护成本等带来巨大压力[14]。

不依赖轨旁设备而是将传感器安装于列车上的定位方法主要有里程计测速定位、惯性导航、GNSS 等方法。基于里程计累加测距的列车定位方法的基本思路与日常汽车测速定位方式相近，是根据车轮的转数乘以车轮的周长来计算列车行驶的距离[14]。可以根据列车行驶的距离（即里程）来唯一的确定目前的列车位置。基于里程计的列车定位方法目前最大的问题是测量精度不高，列车滑行、空

转和轮径磨损都会造成很大的误差。因此里程计定位方法常常作为一种辅助信息来增强列车定位系统。

全球导航卫星系统（Global Navigation Satellite System，GNSS）可提供全球、和全天候的三维导航定位服务，并且还具备定位精度高和定位连续的优点，在列车定位领域得到了广泛关注和应用[15,16,17]。美国、中国、欧盟等均将铁路列车定位和铁路运输安全作为 GNSS 的重要应用服务领域，基于 GNSS 的列车定位尤其受到了欧盟的关注和支持，长期资助了相关的研究机构进行研究，在 GPS 系统刚服役时，这些研究工作就已经开展。我国列控系统设计理念和体系充分借鉴了欧洲的 ERTMS/ETCS，与此类似的系统第一次完成测试的时间为 2005 年 8 月，成功将卫星定位技术应用于青藏线。采用 GNSS 实现列车定位的方法优点是：技术相对成熟、价格低廉、设备简单和维护便捷。但存在较大的不足是卫星发射的信号会受到高楼等建筑以及密林的遮挡，当列车无可避免的穿过隧道、密林以及高楼建筑群时，定位质量将会很差，甚至无法得到定位结果。Damy 统计了欧洲列车定位系统中 GNSS 的总体可用度为 85%，当要求卫星数不小于 6 颗时可用度则下降到 75%[16]。另一方面，GNSS 单点定位误差一般是 6~10m（95%置信度），难以在多条平行轨道并存的情况下精确识别列车所在的轨道。

惯性导航系统的主要传感器时加速计和陀螺仪，属于积分累加式系统。在短期内具有很高的定位精度，具有完全自主性，但定位误差随时间累积[26]。因此常与其他传感器和定位系统进行组合来维持定位精度，最常见的是 GNSS/INS 组合导航系统，目前国内外学者对该系统在列车定位方面的应用均有较多研究。

可见：虽然可用的定位信息源众多，但是单一定位技术只能在一定程度上满足列车定位的需求，如表 1.1 所示，基于多传感器进行多源信息融合，实现现有技术间的优势互补是解决高精度、高可靠列车定位问题的技术方向。

表 1.1　现有主要列车定位方式

	定位技术	是否连续	定位精度	成本	机动性能	优点	缺点
依赖轨旁设备	轨道电路	否	低	高	差	简单、安全、可靠	定位的精度低，无法连续定位，无法移动闭塞
	点式应答器	否	高	高	差	辅助定位效果好	无法连续定位，建设和维护成本高
	里程计	是	较高	低	好	简单、高速测量效果好	误差随距离累积，受车轮打滑

							和空转影响
传感器安装车体	多普勒雷达	是	较高	低	好	不受车轮影响、适应性好、技术成熟	设备昂贵,受天气等影响,速度转换为里程时有累积误差
	卫星定位	是	高	低	好	性能稳定、成本低	单点定位精度低,隧道和高楼等环境信号易受遮挡
	惯性导航仪	是	高	高	好	能获取列车位置、速度和姿态信息、自主性强、短期精度高	无外界辅助信息累计误差大
	轨道电子地图	是	较高	高	好	数字化程度高、稳定、发展前景好	需要与其他方法进行组合定位

2）列车匹配定位技术研究现状

匹配定位常用作辅助列车定位的子系统，以增强系统的可靠性和可用性，提升列车定位的精度，尤其是在 GNSS 长时间中断的情况下。匹配定位是通过测量和提取特征信号并与背景数据库进行比较来获取列车位置的定位方法。现有列车匹配定位所用的特征主要是：1）接触网、标识牌、里程标、房屋和高架桥等人造设施；2）地形、地貌和磁场等地理特征；3）轨道线型、曲率、坡度等轨道的几何拓扑特征。

Samer S. Saab 提出了一种基于曲率地图匹配的列车定位方法，该算法将从地图数据库中提取的角度变化率与位于车辆上的陀螺和加速度计所测得的航向变化相匹配[18,19]。Katrin Gerlach 提出了一种基于多假设的地图匹配方法来融合 GPS 接收机、雷达和惯性测量单元(IMU)的数据，当列车通过道岔时将从惯性测量单元获得的曲率数据道岔的设计参数进行比较，可以实现轨道选择[20]。轨道曲率信号在空间上呈稀疏或低密度，这类方法的有效匹配定位频次低。德国宇航中心（DLR）的 Heirich 尝试通过分析车辆的振动信号，以轨道激励的车辆动态信息为特征进行匹配定位[21]。实验表明可实现 3-5 m 的里程定位精度，但可靠性有待提高[20,21,42]。

Heirich 发现同一列车多次通过同一线路，车载传感器所测的地磁特征信号

高度相似，从而探索了基于线路地磁匹配的列车定位方法，可实现 3 m 的里程定位精度[22]。由于磁场容易受环境变化的影响，外界对磁场信号的干扰将使列车定位可靠性难以得到保证，这一方法尚处于研究阶段，但值得本文借鉴。此外 Heirich 得出了一个更一般的结论:每个包含位置相关信息的可测量信号都适合导航，这为我们拓宽匹配定位信号源提供了很有意义的思路。基于影像的视觉匹配定位，通过对二维视觉传感器（如二维相机）和三维视觉传感器（如激光扫描雷达和深度相机）的影像进行处理和分析，获取的特征影像与地图中已有的参考基准相关联和匹配，从而获取自身的导航参数。视觉导航的稳定性受视场背景特征，光照和车体动态的影响[23,24]。

综上可见，现有匹配定位方法能够有效提高列车定位系统的可靠性，但所用的特征信号（如轨道几何线型节点、道岔等）在空间中分布稀疏，对定位系统匹配修正的频次低，在实现高精度定位方面作用有限。

3）列车定位研究项目

早在 1996 年，美国 GE 公司就开展了用于列车运行控制的 ITCS 工程，卫星定位是 ITCS 系统的重要组成部分，可以实现虚拟移动闭塞，结合地面的轨道电路，可以实现占用和定位检查 [25]。为了提升定位的精度，还采取了设置地面差分站等措施，将定位精度提升到了 3-5 米。2001-2005 年，为了满足低密度线路列车运行的安全性，欧盟资助并开展了 LOCOPROL 工程，研究和设计了一种新的列车定位和测速系统，采用了 GNSS 伪距/多普勒观测量和地图相互结合的技术，在实验中表明在很大的置信区间（420 米，95%时间）时危险侧故障概率为 10^{-11} 每小时[26]。2005 年，欧盟范围内的过往研究结果表明 GNSS 能够应用于对安全要求极为严格的列车定位系统，但需注意的是，过往的研究技术路线各不相同，给列车定位系统的兼容性人为制造了障碍，寻找更为通用和统一的解决方案的需求日益迫切，为此欧盟资助和启动了 GRail 工程，研究内容将 GNSS 及其增强系统集成到了 ETCS 的定位系统中，并首次提出了增强里程计的概念，在真实环境种进行了原型样机的测试。

较为遗憾的是 GRail 工程给出的基于 GNSS 的列车定位方案，并没有完成预期的 SIL 4 安全需求，科研机构并没有停下步伐和放弃基于 GNSS 的列车定位方案，而是使用惯性传感器替换掉了多普勒传感器，保留了系统的整体架构，不仅降低了设备成本，还使得系统的可靠性和性能得到了很大的提升。GRail-2 工程提供了性能改进的定位终端，但依旧无法解决 GNSS 信号在高楼、丛林和隧道中信号遮挡和多径的问题[27]。研制的 GNSS 定位终端与 ETCS 车载子系统接口，但仅仅符合 SIL 2。3InSat 项目试图研究符合 SIL 4 安全等级的列车定位系统（Location Determination System LDS）,该系统成功应用于西澳的一条货运线路

上。SATLOC 工程主要场景是低流量线路，研发了一种包含交通控制中心、无线闭塞中心和 GNSS 定位子系统的新型列车控制系统，来满足低成本、高安全和远程操控的需要。

为了研究新技术在铁路 ETCS 和城市轨道交通 CBTC 中应用的兼容性，下一代列车控制 NGTC 项目随之展开，项目中除常用的卫星定位技术，还采用了 IP 通信等新技术。2016 年国内的北京交通大学开展了基于自主感知的列车定位系统研究项目，该系统采用了差分北斗定位和数字轨道地图等技术，实现 GSM-R/3G 双通道无线信号通信，列首列尾设备可以进行列车完好性监测，具备列车接近预警功能。随着增强系统（如欧洲 EGNOS 和美国 WAAS 等）的快速发展，使用增强系统来增强系统安全性的技术方案得到关注，ERSAT EAV 采用 EGNOS 来实现 SIL 4 的安全需求，类似的 STARS 工程主要采用了 Galileo 来提升系统的性能，RHNIOS 则进一步将此策略延伸到所有可用的增强系统，使得所有增强系统可以为列车定位提供帮助，并且还制定了 GNSS 应用于列车控制系统的一系列标准。欧洲为了加速下一代铁路发展，近期主要资助了 X2RAIL 2 项目。

表 1.2　国内外列车定位研究项目

项目名称	研究机构	系统特点	研究时间
ITCS	美国 GE 公司	·GPS、MM 融合定位 ·虚拟闭塞	1996-2000
LOCOPROL	欧盟	·融合了 GNSS 伪距测距和多普勒测速 ·系统在低密度线路定位精度高，整体稳定性强	2001-2005
GRail	欧盟	·将 GNSS 作为子系统集成到 ETCS 中 ·GNSS/IMU/数字地图，提高系统性能 ·开发原型样机，在真实环境中进行测试	2005-2007
GRail-2	欧盟	·GNSS/INS+ETCS 里程计，双频纠正电离层延迟误差 ·侧重增强里程计在铁路信号系统中的应用	2010-2013
3INSAT	欧空局	·设计和开发集成通信系统 ·设计和开发符合 SIL 4 的定位系统 ·首次货运铁路商用	2012-2016
SATLOC	欧盟	·EGNOS+GALILEO+ODO/RFID ·基于 IP 通信	2012-2014

NGTC	欧盟	·分析 ETCS 和 CBTC 的异同，提高二者间的互操作性	2013-2016
基于自主感知的列车定位系统	北京交通大学	·差分北斗定位 ·数字轨道地图 ·GSM-R/3G 双通道无线信号通信 ·列首列尾设备监测列车完好性和列车接近预警	2014-2016
ERSAT EAV	欧盟	·GNSS/INS/ODO/Balise/地图 ·验证 EGNSS 的适用性	2015-2017
X2RAIL 2	欧盟	·基于 GNSS 的符合安全故障原则的定位技术 ·列车完整性检查	2017-2020

1.3 研究内容与研究难点

1.3.1 研究内容

首先，根据轨道几何特征的时空变化特征，筛选适用的轨道几何特征，为后续匹配定位提供可行性依据。铁路轨道存在多种类型的几何特征，其中轨道姿态和轨距都具备特征匹配定位的潜力，因而需要在信号匹配和数据融合之前进行轨道几何特征数据的特征分析。具体包括：（1）根据前期积累的动、静态轨道几何特征测量数据，分析各类轨道几何特征参数的可定位性（位置相关性），作为后续信号筛选和使用的基础（2）分析各类轨道几何特征随时间和里程的变化规律。（3）研究各类轨道几何特征数据的测量误差，为后续信号组合和多源信息融合提供准确的误差模型。因此，本项研究将建立轨道几何特征匹配定位的理论基础。

其次在算法中使用的核心传感器 IMU 在选型中需要综合考虑精度和价格因素，在尽可能价格低廉的情况下，必须满足测量的轨道几何特征具有空间重复性。本文将对不同等级的惯导测量的轨道几何特征重复性进行分析。

然后，研究轨道几何特征匹配定位及其与惯导等数据的多源信息融合定位方法。具体包括：（1）针对筛选后的轨道几何特征设计鲁棒高效的匹配算法，获取匹配里程和识别列车所在轨道（2）使用多源信息融合定位方法，设计相应的滤波器算法，将匹配里程或匹配位置作为外部观测，与惯性导航（INS）/里程计进行数据融合，实现鲁棒的多源融合定位。本文将设计和具体实现轨道几何特征匹配/INS/里程计的多源数据融合方法。

1.3.2 难点与创新

本课题研究的难点在于：

第一，轨道几何特征信息的地图创建，传感器采集的轨道几何特征信息是时间域的，需要通过时空同步转换到空间域；

第二，设计可靠鲁棒的匹配定位算法，匹配定位算法的性能将直接影响匹配定位的精度。

第三，设计多源融合定位算法，匹配定位和惯导等传感器的融合需要选取合适的滤波器和对异常匹配位置进行检测和剔除。

本课题研究的创新点在于：

（1）发掘了轨道几何特征在列车定位中的潜力，利用轨道几何特征匹配实现列车定位。轨道几何特征对于列车运行安全和舒适性来说是应当避免的“有害信号”，但却可作为列车定位的信号资源利用起来，实现“变废为宝”。本文跟已有利用轨道线型匹配辅助列车定位方法的显著区别在于使用了连续的轨道几何特征序列进行匹配，而非稀疏的轨道几何线型节点。采用一段里程窗口内的轨道几何状态特征轮廓匹配，将窗口内的特征信息浓缩起来，提高匹配精度和可靠性，降低误匹配率。

（2）结合惯导、里程计和轨道不平顺特征地图匹配，设计了多源信息融合列车定位方法。一方面充分发挥了惯导、里程计的航迹推算能力，获得连续的列车位置同时获得轨道几何特征信息；另一方面，将匹配定位获得位置作为外部观测，与惯性导航（INS）/里程计进行数据融合，实现鲁棒的多源融合定位。

1.4 论文结构安排

本论文围绕以轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法研究展开，全文共分为六章。

第一章为绪论部分，介绍本文的研究背景、国内外研究现状和列车定位项目、论文研究内容、难点和创新点。

第二章介绍了融合定位算法中使用的技术基础。介绍了轨道几何特征的概念以及它们和轨道姿态间的关系。同时介绍了惯性导航及组合导航技术基础，包括常用的坐标系及其转换关系、捷联惯性导航机械编排算法、惯性导航误差方程和经典卡尔曼滤波算法。

第三章具体介绍了轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法，基于最小二乘估计理论建立了匹配定位函数模型，在松耦合体系结构中，通过Kalman 滤波融合惯性导航系统和匹配定位得到的精确位置信息。介绍了使用里程计信息、非完整约束(NHC)和零速更新(ZUPT)进一步提高系统的精度和可靠性等方法。同时还介绍了使用新息滤波进行抗差处理的方法。

第四章介绍了算法验证和优化的具体方案和实验平台，包括系统的硬件组成

部分和数据处理流程部分，以及使用的几款不同精度的惯导器件。

第五章主要通过轨检小车和列车平台搭载惯导等传感器采集的数据验证轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法的可行性，分析系统测量精度，比较使用不同等级惯导和设置不同窗口长度进行列车定位的精度，分析几种不同几何特征信息进行定位的差异性。

第七章主要总结全文的研究工作，并对未来研究工作进行了展望。

2　基本理论和概念

2.1　轨道几何特征与姿态

基于轨道几何特征的列车匹配定位算法在实现过程中，首先的工作是建立轨道几何特征数据库，建立轨道几何特征数据库从本质上讲是对轨道的几何状态进行测量。轨道几何状态测量的主要参数有轨距、超高/水平、轨向不平顺和高低不平顺，这些参数都是里程的函数。两条平行的钢轨可以看作两条三维空间曲线，钢轨的几何形状可以用数学来表达，表达方式可以采用平面坐标和高程构成的三维向量。犹如钢轨长期暴露于自然环境中，不可避免的会随时间发生变形，这种变形可以称为轨道不平顺，这直接导致的后果是使得轨道位置和姿态逐渐偏离其原设计值（如图 2.1 所示）。轨道的几何状态测量本质上是两根钢轨的定位、定姿问题[28]，完成了对钢轨的定位和定姿，可以由数学公式推导出轨道的几何特征量，其中轨距相对独立，与轨道的姿态不相联系，可以由光电传感器或者机械接触式传感器测量得到，超高和轨道的横滚角相关联，轨向不平顺和轨道的航向角相关联，高低不平顺和轨道的俯仰角相关联。

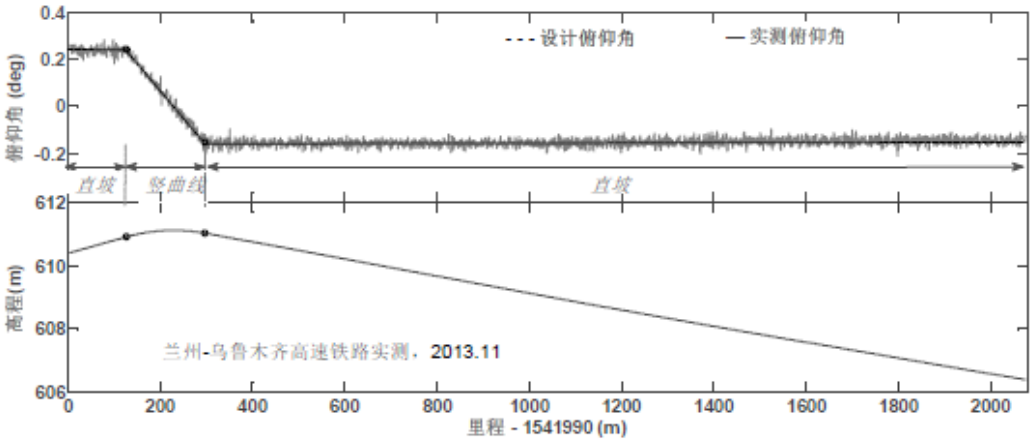

图 2.1 轨道几何变形/不平顺导致轨道的位置坐标和姿态在设计值附近扰动图

2.1.1 节将介绍几种典型的钢轨几何特征量，2.1.2 节将介绍姿态表达式及和轨道几何特征间的对应关系。

2.1.1　铁路轨道几何特征介绍

（1）轨距

在轨顶面以下的位置测量两根钢轨之间的距离，即可获得钢轨轨距。具体量测的部位取决于侧面斜度和轨头断面，这个部位由于数值的大小在各个国家规定中不尽相同而有所区别，如中国为 16 毫米，联邦德国为 14 毫米，法国为 15 毫

米。轮对宽度是指轮对上左右两车轮内侧面之间的距离加上两个轮缘厚度。轨距应略大于轮对宽度，这样可以保证钢轨内侧与轮缘之间留有一定的空间，车辆不会因为轮对卡在轨道内而无法正常行驶，车辆在行驶过程中也会避免过度摆动的问题。其中我国目前高铁轨道采用的标准轨距是 1435mm，允许误差为+6~-2 毫米[29]。轨距偏差可以由标准轨距与和实际轨距作差得到，轨距递变率是指轨距随里程的变化率。轨距的测量较为容易实现，可以采用激光测距系统和轨距尺对轨道轨距进行测量，这都属于绝对测量，其中机械式轨距尺属于接触式测量，激光测距系统属于非接触式测量。

（2）超高

超高是指在相同里程断面上左右轨顶面相对于所在参考水平面的设计高差，实际高差和设计超高之间存在差异，作差得到的差值称为水平[29]。如图 2.2 所示，水平的测量也相对较为容易实现，可以直接由轨道的倾角 θ 换算得到，所以也是一种绝对测量，倾角 θ 的测量精度直接影响水平的精度，在工程中常常采用惯性导航设备或者倾角传感器进行测量，在换算过程中需要尤为注意的是斜边长度为 1500 毫米，这和 1435 的标准轨距长度有所区别，不可以混淆使用。

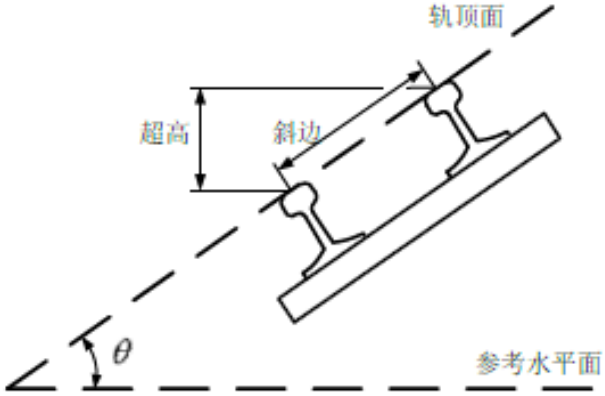

图 2.2 轨道超高示意图

（3）轨向不平顺

轨向不平顺（也称为方向不平顺）是指轨头内侧面沿轨道长度方向的横向凹凸不平顺，如图 2.3 所示。轨头侧面产生的磨损不完全相同、轨排横向的变形积累也不尽相同、轨道中心线和设计值的偏差和轨道横向弹性不一致等原因均可以导致横向不平顺。在实际中，左右两根钢轨的方向变化是有所区别的，在扣件或者木枕相对薄弱的地方如曲线区段两者的区别将变得十分明显，所以右轨方向不平顺和左轨方向不平顺需要加以区分，与此同时轨道中心线方向的偏差与左右轨的不平顺也应进行区分，一般将左右轨不平顺的均值作为轨道中心线的方向偏差。轨向的不平顺可以导致列车在行驶过程中发生左右方向的摆动，超过阈值将直接影响列车的行车安全。

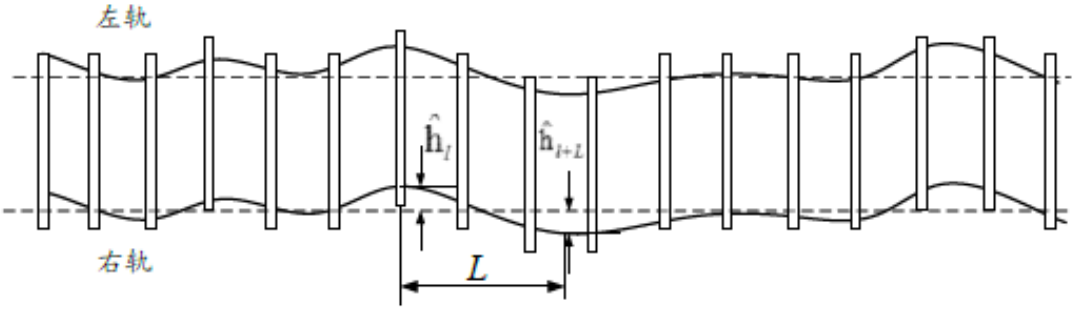

图 2.3 轨道轨向不平顺（变形）示意图

（4）高低不平顺

轨道的高低不平顺（又称轨道垂向不平顺），是指沿着钢轨的长度方向上在垂直方向上的凹凸不平，如图 2.4 所示。轨道各部件间的空隙不尽相同，在施工和修理作业中产生的高程偏差，路基和道床残余变形发生不一致的沉降，不可避免的存在暗坑、吊板，以及轨道垂向弹性也不相同等原因均可以引起轨道的高低不平顺。比较大的垂向作用力将会作用在列车的轮轨上，车辆的垂向运动将会变得更加剧烈，这样的运动除了影响列车运行安全，还会加剧钢轨的损耗，这会形成恶性循环。与轨道的轨向不平顺类似，左右轨道的高低不平顺也需要进行区分，不能将左右轨的高低不平顺视为绝对一样 [29]。

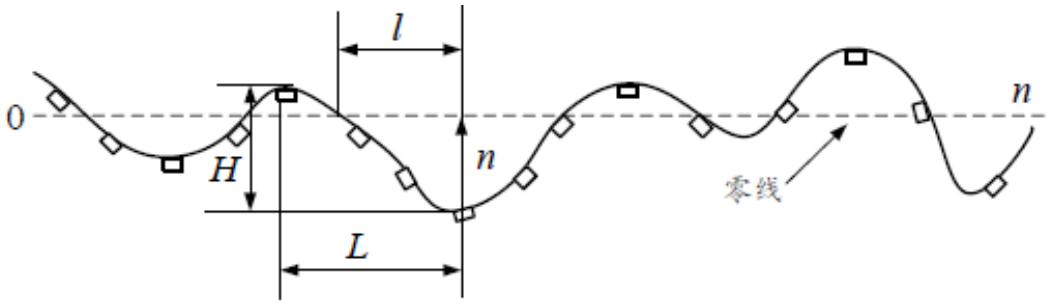

图 2.4 轨道高低不平顺（变形）示意图

2.1.2 姿态表达式

姿态描述的是一个坐标系的轴系相对于另一个坐标系轴系之间的角度关系，我们可以将坐标系等价于刚体，而姿态是描述刚体的六参数（三个坐标和三个轴向角度）中的三个。欧拉角、方向余弦矩阵、姿态四元数和等效旋转矢量是惯性导航系统中常用的四种姿态表达式，这四种姿态表达式之间可以进行转换。本课题选取的轨道几何特征（轨道姿态）使用了最直观的欧拉角来表示，下面简要对欧拉角进行介绍，具体参考[30,31,32,33]。

在三维欧氏空间里，任何两个正交坐标系都可以用坐标变换把它们联系起来，而坐标变换又可以用坐标旋转来得到。如图 2.5 所示，一个动坐标系相对参考坐标系的方位，可以完全由动坐标系一次绕三个不同的转轴的转角来确定。如现在

有 A1 系和 A2 两个坐标系，将 A1 坐标系作为动坐标系，可以分三个步骤将 A1 坐标系转动到 A2 坐标系，如图所示，A2 系相对于 A1 系姿态的三个姿态角的定义为：首先绕着 A1 系的 z 轴旋转一定角度φ，该角度大小称为航向角，然后再绕着新 A1 系的 y 轴转动一定角度θ，该角度大小称为俯仰角，最后绕着新 A1 系的 x 轴转动一定角度α，该角度大小称为横滚角。航向角、俯仰角和横滚角三个欧拉角就可以确定 A2 系相对于 A1 系的姿态信息。需要注意的是，当俯仰角为±90°时，欧拉角存在奇异值，航向角和横滚角此时无法加以区分。轨道的方位、水平和高低可以直观的由轨道姿态反应，其中航向角和轨道的方位对应，横滚角和轨道的水平对应，俯仰角和轨道的高低对应。

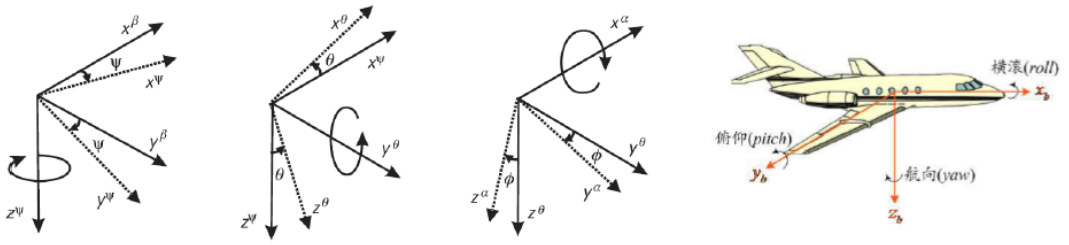

图 2.5 欧拉角示意图

2.2 惯性导航及组合导航技术基础

通过轨道几何特征匹配定位辅助惯性导航获取列车位置，其中两个关键的环节，一是获取轨道几何特征，轨道主要几何特征和轨道姿态相关联，因此必须获取高精度的轨道姿态角；另一个环节是使用匹配定位辅助 IMU 进行导航。这两个重要步骤是以惯性导航和组合导航技术为基础的。惯性导航系统的核心敏感器件是加速度计和陀螺仪，是一种自主式导航系统，在无任何外界信息输入的情况下，给定初始的位置、速度和姿态，可以独立自主的进行导航，推算运载体的位置、速度和姿态。但惯性导航系统的输出误差随时间不断积累，长期精度比较差，因此需要和其它辅助观测值进行组合导航解算。该部分内容主要包括常用坐标系及转换、捷联惯导机械编排、惯性导航误差方程和组合导航算法中常用的卡尔曼滤波。

2.2.1 常用坐标系及转换

惯性导航系统在进行导航定位的过程中，需要在多个坐标系之间进行转换，导航的结果投影在不同的坐标系下，其表现形式是完全不同的，但是各个坐标系之间可以进行转换。在此简单介绍几种惯性导航解算中常用坐标系以及相互之间的转换关系。在惯性导航中常用到的坐标系有：导航坐标系、地心地固坐标系、

惯性参考坐标系、载体坐标系、计算坐标系和平台坐标系[30,34]。

（1）惯性坐标系（i 系）

惯性坐标系（简写为 i 系）也被称为惯性参考坐标系，它指的是满足牛顿第一定律的坐标系，即在惯性空间中不受外力的情况下保持静止或者匀速直线运动的参考坐标系，惯性传感器的输出结果都是使用这种坐标系进行描述的[31]。在民用领域的导航，运载体一般在地球表面运动，此时地心惯性坐标系最为常用。地心惯性坐标系把地心指向春分点的方向作为 x 轴的指向，当假设地球自转轴不发生变化时，地球自转轴的方向作为 z 轴方向，y 轴在赤道平面内垂直于 x 轴和 z 轴构成一个右手坐标系。地心惯性坐标系的原点选地球的质心即可。

（2）地球坐标系（e 系）

地球坐标系（简写为 e 系）也称为地心地固坐标系，它与地球固联，随着地球一起转动，在忽略地球板块运动和潮汐作用，可以认为地球上运载体的坐标值在地球坐标系下保持恒定不变，其原点和 z 轴与地心惯性坐标系定义一致，x 轴位于赤道所在的平面上，方向指向格林尼治平均子午线，同样的 y 轴与 x 轴和 z 轴构成一个右手坐标系[31]。地球坐标系和惯性坐标系的方向余弦矩阵 C_e^i 可表示为：

$$C_e^i=\begin{bmatrix} \cos w_{ie}t & -\sin w_{ie}t & 0 \\ \sin w_{ie}t & \cos w_{ie}t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

其中 w_{ie} 为地球坐标系相对于惯性坐标系的旋转角速度，也称为地球自转角速度。

（3）导航坐标系（n 系）

导航坐标系为当地地理水平坐标系，是 INS 导航解算的参考坐标系。本文选用北-东-地方向（NED）作为导航坐标系的三个坐标轴方向。其中，载体中心作为坐标系的原点，z 轴指向地球的质心并且和参考椭球面保持垂直，y 轴和当地东方向一致，x 轴沿着子午线的方向指向北极，并且与 y 轴和 z 轴构成右手坐标系[31]。

导航坐标系与地心地固坐标系之间的方向余弦矩阵可以通过对应点的大地经纬度来表示，其旋转角度的方向余弦矩阵为：

$$C_n^e=\begin{bmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\lambda & -\cos\varphi\cos\lambda \\ -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\lambda & -\cos\varphi\sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

导航坐标系相对于地心地固坐标系旋转的四元数表达形式如下：

$$q_n^e=\begin{bmatrix}\cos(-\pi/4-\varphi/2)\cos(\lambda/2)\\-\sin(-\pi/4-\varphi/2)\sin(\lambda/2)\\\sin(-\pi/4-\varphi/2)\cos(\lambda/2)\\\cos(-\pi/4-\varphi/2)\sin(\lambda/2)\end{bmatrix} \tag{2.3}$$

地球自转角速度向量 w_{ie}^{n} 在 n 系下的投影可以表示为：

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n}=\mathbf{C}_{e}^{n}\boldsymbol{\omega}_{ie}^{e}=\begin{bmatrix}\omega_e\cos\varphi & 0 & -\omega_e\sin\varphi\end{bmatrix}^{T} \tag{2.4}$$

n 系相对于 e 系的旋转角速度向量 w_{en}^{n} 在 n 系下的投影可以表示为：

$$\boldsymbol{\omega}_{en}^{n}=\begin{bmatrix}\dfrac{v_E}{R_N+h} & \dfrac{-v_N}{R_M+h} & \dfrac{-v_E\tan\varphi}{R_N+h}\end{bmatrix}^{T} \tag{2.5}$$

式中，φ,λ 为载体对应点的大地纬度和经度，h 为椭球高；v_E,v_N 分别为载体的东向和北向速度值；R_M,R_N 分别为子午圈曲率半径和卯酉圈曲率半径。

$$R_M=\frac{a\left(1-e^2\right)}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{3/2}} \tag{2.6}$$

$$R_N=\frac{a}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{1/2}} \tag{2.7}$$

式中，a 为地球参考椭球的长半轴半径，e 为椭球偏心率。

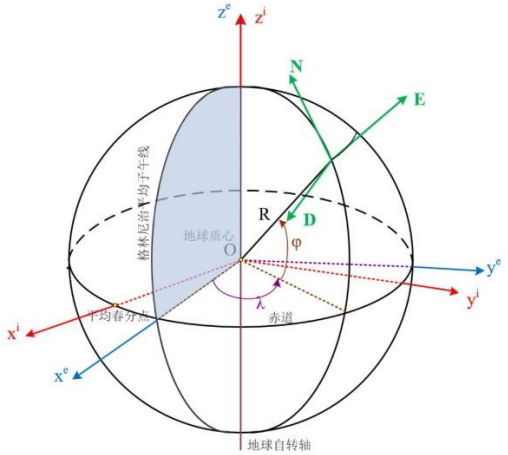

图 2.6 参考坐标系（i 系，e 系和 n 系）

（4）传感器坐标系（b 系）

传感器坐标系是指捷联惯性传感器坐标系，坐标原点一般由厂家在惯性器件上明确标出，即 IMU 的测量中心，三个坐标轴与传感器的输出轴相互平行，IMU 的输出结果即为加速度计和陀螺仪测量的比力和角速度在 b 系上的分解结果[31]。一般情况下，可以将车体坐标系的坐标轴指向看作是传感器坐标系的指向，但在地面附近的运载体，如果使用非完成约束对惯性导航进行辅助，在组合导航解算中，要对车体坐标系和传感器坐标系进行区别，不可混淆使用，因为载体和 IMU

之间存在安装角，此时必须对安装角进行估算，使得非完整约束的算法能够有效的修正惯。

（5）车体坐标系（v 系）

车体坐标系（即 v 系）是以运动载体为中心的坐标系，其原点和传感器坐标系保持一致，但三个坐标轴与运动载体却相固连，三个轴分别与载体的横滚轴、俯仰轴和航向轴相对应，按照载体的前-右-下方向来构成一个右手正交坐标系。它表示出了导航对象的原点和姿态信息。车体坐标系和传感器坐标系之间常常存在安装角，当安装角不加考虑时，可以认为传感器坐标系和车体坐标系相同。

（6）计算坐标系（c 系）

计算坐标系（c 系）是由 INS 输出的导航结果所确定的坐标系，由于 INS 导航解算的位置存在误差，因此计算坐标系和真实导航坐标系之间存在角度差异，如图 2.6 所示，二者之间的角度差异可由等效旋转矢量 $\delta\theta$ 来表示。

（7）平台坐标系（p 系）

平台坐标系（p 系）在捷联惯性导航系统中是一个数学平台坐标系，惯性导航系统的姿态误差较为复杂，如果引入平台坐标系，导航系统的姿态误差表达式会变得更为简洁。导航坐标系伴随着载体的运动而发生变化，根据 n 系的定义，只需确定它的原点位置就可以确定唯一的坐标系。对于地球表面的任意一点存在一个对应的导航坐标系，我们称之为真导航坐标系。理想情况下，捷联惯导系统能够建立理想的数学平台，即捷联惯性导航系统能够计算出 b 系与真 n 系的之间的姿态关系。但由于系统被各种误差源所干扰，真导航坐标系和惯性导航结果推算出的坐标系必须进行区分，不能简单认为两个坐标系相互重合。如图 2.6 所示，我们把由惯性导航结果（包括姿态和位置）推算出来的这一数学坐标系称为平台坐标系，简写为 p 系。平台坐标系（p 系）与真 n 系之间存在一个旋转矢量 φ_{np} 的变换，在本文中，惯导机械编排解算结果的姿态误差用 φ_{np} 来表示，惯导误差模型称为 Psi 角误差模型。由小角度假设，真 n 系和 p 系的方向余弦矩阵为：

$$C_n^p = I - (\varphi_{np}\times) \tag{2.8}$$

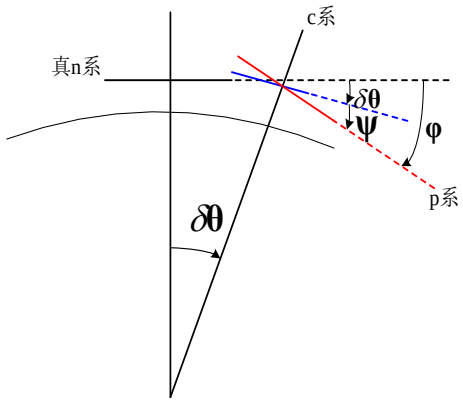

图 2.6 真 n 系、c 系、p 系之间关系图

2.2.2 捷联惯导机械编排

惯导机械编排算法通过陀螺仪和加速度计输出的角速度和比力信息进行数值积分运算，在无任何外界信息输入的情况下，独立自主地求解出运动载体的速度、位置和姿态信息的过程[32]。目前，INS 机械编排的算法研究相对成熟，当选择不同的参考坐标系时，会有表现形式不完全相同的惯导机械编排算法，我们选取当地地理坐标系作为导航坐标系，这样就可以直接提供载体绕地球运动的导航参数（位置、速度和姿态信息）。

（1）速度更新算法

速度更新算法可以由速度微分方程积分得到，可以认为是推导当前时刻速度与前一时刻速度之间的递推关系的过程，n 系下的地速微分方程表示为：

$$\dot{v}^{\mathrm{n}} = \mathbf{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} f^{\mathrm{b}} - \left(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}} + 2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}\right) \times v^{\mathrm{n}} + g_{\mathrm{l}}^{\mathrm{n}} \tag{2.9}$$

对上式进行积分和离散化处理，可以得到速度更新方程：

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}} &= v_{\mathrm{k-1}}^{\mathrm{n}} + \int_{\mathrm{t_{k-1}}}^{\mathrm{t_k}} \left[\mathbf{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} f^{\mathrm{b}} + g_{\mathrm{l}}^{\mathrm{n}} - \left(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}} + 2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}\right) \times v^{\mathrm{n}}\right] \mathrm{d}t \\ &= v_{\mathrm{k-1}}^{\mathrm{n}} + \Delta v_{\mathrm{f,k}}^{\mathrm{n}} + \Delta v_{\mathrm{g/cor,k}}^{\mathrm{n}} \end{aligned} \tag{2.10}$$

上述公式中，$v_{\mathrm{k-1}}^{\mathrm{n}}$ 为上一时刻的速度，$v_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}$ 为当前时刻的速度，$\Delta v_{\mathrm{f,k}}^{\mathrm{n}}$ 称为比力积分项，表示为由比力引起的速度增量在 n 系下的投影。$\Delta v_{\mathrm{g/cor,k}}^{\mathrm{n}}$ 称为重力/哥氏积分项，速度的增量可以由哥氏加速度和重力加速度共同引起，这种速度增量投影在在 n 系下即为重力/哥氏积分项。

在积分周期内，重力/哥氏积分项中的被积函数随时间缓慢变化，计算所需的位置和速度均采用初始时刻或中间时刻的位置和速度：

$$\Delta v_{\mathrm{g/cor,k}}^{\mathrm{n}} = \left[g_{\mathrm{l}}^{\mathrm{n}} - \left(2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}\right) \times v^{\mathrm{n}}\right]_{\mathrm{t_{k-1/2}}} \Delta \mathrm{t_k} \tag{2.11}$$

上式中 $\Delta \mathrm{t_k} = \mathrm{t_k} - \mathrm{t_{k-1}}$，$\mathrm{t_{k-1/2}}$ 表示 $\mathrm{t_{k-1}}$ 和 $\mathrm{t_k}$ 的中间时刻，$\mathrm{t_{k-1/2}}$ 时刻的位置和速度由前面历元外推得到。

需要注意的是比力积分项数值运算时其方向并不是恒定的，是具有变化性的，在对该向量进行积分的过程中需要由方向变化引起的不可交换性误差进行补偿，在没有高频率角振动的情况下，可以假设在相邻积分区间内的比力和角速度信息随时间线性变化，得到速度更新的双子样算法，比力积分项可近似表示为：

$$\Delta v_{\mathrm{f,k}}^{\mathrm{n}} = \left[\mathbf{I} - \left(0.5\boldsymbol{\zeta}_{\mathrm{n(k-1),n(k)}} \times\right)\right] \mathbf{C}_{\mathrm{b(k-1)}}^{\mathrm{n(k-1)}} \Delta v_{\mathrm{f,k}}^{\mathrm{b(k-1)}} a \tag{2.12}$$

其中，

$$\Delta v_{f,k}^{b(k-1)} = \Delta v_k + \frac{1}{2}\Delta\boldsymbol{\theta}_k \times \Delta v_k + \frac{1}{12}\left(\Delta\boldsymbol{\theta}_{k-1} \times \Delta v_k + \Delta v_{k-1} \times \Delta\boldsymbol{\theta}_k\right) \tag{2.13}$$

$$\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)} = \left(\boldsymbol{\omega}_{en}^{n} + \boldsymbol{\omega}_{ie}^{n}\right)_{t_{k-1/2}} \Delta t_k \tag{2.14}$$

上式中，$\frac{1}{2}\Delta\boldsymbol{\theta}_k \times \Delta v_k$ 为旋转效应补偿项，$\frac{1}{12}\left(\Delta\boldsymbol{\theta}_{k-1} \times \Delta v_k + \Delta v_{k-1} \times \Delta\boldsymbol{\theta}_k\right)$ 为划桨效应补偿项，$\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}$ 表示 n 系在相邻历元间的旋转矢量。

（2）位置更新算法

我们可以使用上文速度更新获得的速度信息来进行位置的更新，但这种表现形式是相对比较繁琐的，为了降低这种复杂性，使得纬度和经度更新的过程更为简洁，本文采用四元数的方法对位置四元数 q_n^e 来更新，从 n 系到 e 系的旋转四元数表示为：

$$q_n^e = \begin{bmatrix} \cos\left(-\pi/4-\varphi/2\right)\cos\left(\lambda/2\right) \\ -\sin\left(-\pi/4-\varphi/2\right)\sin\left(\lambda/2\right) \\ \sin\left(-\pi/4-\varphi/2\right)\cos\left(\lambda/2\right) \\ \cos\left(-\pi/4-\varphi/2\right)\sin\left(\lambda/2\right) \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

经度和纬度更新算法如下：

$$q_{n(k)}^{e(k)} = q_{e(k-1)}^{e(k)} q_{n(k-1)}^{e(k-1)} q_{n(k)}^{n(k-1)} \tag{2.16}$$

这里 $q_{n(k)}^{n(k-1)}$ 和 $q_{e(k-1)}^{e(k)}$ 分别可以用下式表示，

$$q_{n(k)}^{n(k-1)} = \begin{bmatrix} \cos\left\|0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}\right\| \\ \dfrac{\sin\left\|0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}\right\|}{\left\|0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}\right\|} 0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)} \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

$$q_{e(k-1)}^{e(k)} = \begin{bmatrix} \cos\left\|0.5\boldsymbol{\xi}_{e(k-1),e(k)}\right\| \\ -\dfrac{\sin\left\|0.5\boldsymbol{\xi}_{e(k-1),e(k)}\right\|}{\left\|0.5\boldsymbol{\xi}_{e(k-1),e(k)}\right\|} 0.5\boldsymbol{\xi}_{e(k-1),e(k)} \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

其中，$\boldsymbol{\xi}_{e(k-1),e(k)} = \boldsymbol{\omega}_{ie}^{e}\Delta t_k$ 表示为 e 系在相邻历元之间的等效旋转矢量。经、纬度可以通过位置四元数 $q_{n(k)}^{e(k)}$ 解析得到。高程更新可以独立地通过对垂向速度进行积分的方法来计算：

$$h_k = h_{k-1} - v_{D,k-1/2}\Delta t_k \tag{2.19}$$

（3）姿态更新算法

姿态四元数更新算法如下：

$$q_{b(k)}^{n(k)} = q_{n(k-1)}^{n(k)} q_{b(k-1)}^{n(k-1)} q_{b(k)}^{b(k-1)} \tag{2.20}$$

其中，在 k 时刻到 $k-1$ 时刻之间 b 系的旋转四元数可以用下式来表示：

$$q_{b(k)}^{b(k-1)}=\begin{bmatrix}\cos\left\|0.5\boldsymbol{\phi}_{b(k-1)b(k)}\right\| \\ \dfrac{\sin\left\|0.5\boldsymbol{\phi}_{b(k-1)b(k)}\right\|}{\left\|0.5\boldsymbol{\phi}_{b(k-1)b(k)}\right\|}0.5\boldsymbol{\phi}_{b(k-1)b(k)}\end{bmatrix} \tag{2.21}$$

其中 b 系在 k 时刻到 $k-1$ 时刻之间的等效旋转矢量用 $\boldsymbol{\phi}_{b(k-1)b(k)}$ 来表示，根据比力和角速度的双子样假设，可以近似表示为：

$$\boldsymbol{\phi}_{b(k-1)b(k)}=\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left[\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b}+\frac{1}{2}\Delta\boldsymbol{\theta}\times\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b}\right]dt\approx\Delta\boldsymbol{\theta}_k+\frac{1}{12}\Delta\boldsymbol{\theta}_{k-1}\times\Delta\boldsymbol{\theta}_k \tag{2.22}$$

其中，$\frac{1}{12}\Delta\boldsymbol{\theta}_{k-1}\times\Delta\boldsymbol{\theta}_k$ 为二阶圆锥误差项，n 系的旋转四元数表示为：

$$q_{n(k-1)}^{n(k)}=\begin{bmatrix}\cos\left\|0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}\right\| \\ -\dfrac{\sin\left\|0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}\right\|}{\left\|0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}\right\|}0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}\end{bmatrix} \tag{2.23}$$

式中 $\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)}$ 的计算参考(2.19)，中间位置可由位置更新获得的位置内插得到，高程方向采用简单的线性内插，经纬度采用内插等效旋转矢量的方法获得。

在更新后对四元数 q_b^n 进行归一化处理：

$$q_i=\frac{\hat{q}_i}{\sqrt{\hat{q}_0^2+\hat{q}_1^2+\hat{q}_2^2+\hat{q}_3^2}},\quad i=0,1,2,3 \tag{2.24}$$

2.2.3 惯性导航误差方程

惯性导航系统并不是一个完全理想的系统，实际的惯性传感器输出、所选用的重力值和初始导航状态、计算过程都不可避免的存在误差，这也会导致解算的导航参数存在误差。惯导误差随时间发生变化，我们常采用微分方程来描述其随时间的传递规律，即惯性导航误差方程。误差相对于解算参数来说是小量，常采用的经典 INS 误差分析方法式误差扰动分析法，等效于围绕变量真值进行泰勒展开，取至一阶项，或略二阶以及二阶以上的误差项得到线性微分方程[35]。本文主要介绍基于 Psi 角模型的位置、速度和姿态误差传播模型。Psi 角误差模型的导航计算是在 c 系中进行的。

对导航参数进行扰动：

$$\begin{aligned}\hat{v}^n&=v^n+\delta v^n=v^c+\delta v^c\\ \hat{g}^n&=g^n+\delta g^n=g^c+\delta v^c\\ \hat{w}_{ie}^n&=w_{ie}^n+\delta w_{ie}^n=w_{ie}^c\\ \hat{w}_{in}^n&=w_{in}^n+\delta w_{in}^n=w_{ic}^c\end{aligned} \tag{2.25}$$

由上式可以得到：

$$\delta v^n=\delta v^c-\delta\theta\times v^c \tag{2.26}$$

c 系下的重力误差模型可以表示为;

$$\delta g^c = \begin{bmatrix} \frac{-g\delta r_N}{R_M+h} & \frac{-g\delta r_E}{R_N+h} & \frac{2g\delta r_D}{R+h} \end{bmatrix}^T \tag{2.27}$$

其中 $R=\sqrt{R_M R_N}$ (2.28)

Psi 角误差模型下的速度误差微分方程、姿态误差微分方程和位置误差微分方程具体公式如下:

$$\begin{aligned} \delta\dot{v}^c &= f^c \times \psi - (2w_{ie}^c + w_{ec}^c) \times \delta v^c + \delta g^c + C_b^p \delta f^b \\ \dot{\psi} &= -w_{ic}^c \times \psi - C_b^p \delta w_{ib}^b \\ \delta\dot{r}^c &= -w_{ec}^c \times r^c + \delta v^c \end{aligned} \tag{2.29}$$

陀螺仪和加速度计的观测误差方程可以用下面两式来表示:

$$\begin{aligned} \delta w_{ib}^b &= \delta b_g + diag(w_{ib}^b)\delta s_g + w_g \\ \delta f^b &= \delta b_a + diag(f^b)\delta s_a + w_a \end{aligned} \tag{2.30}$$

陀螺仪和加速度计的观测噪声分别用 w_g 和 w_a 来表示。

陀螺仪和加速度计的零偏以及比例因子常常使用一阶高斯马尔科夫过程进行建模:

$$\dot{x} = -\frac{1}{\tau}x + w \tag{2.31}$$

式中, w 表示驱动白噪声, τ 表示相关时间。

2.2.4 卡尔曼滤波基础

最初的卡尔曼滤波最成功的应用是解决了阿波罗登月计划中的轨道确定问题。1959 年起美国航空航天署开始研究载人太空飞船登月计划。他们曾试图用递推加权最小二乘和维纳滤波方法来计算轨道, 但是因为精度不够而且计算过于繁杂而无法进行下去。1960 年秋, 卡尔曼访问了 NASA, 提出了最初的卡尔曼滤波算法, 立即引起了重视并对之进行研究。从卡尔曼滤波思想提出到解决现实的阿波罗登月中的轨道计算的过程中基本上已形成了一套完整的理论。卡尔曼滤波是一种线性, 无偏且方差最小的最优估计方法。对于计算机运算来说, 卡尔曼滤波的递推使其运算量和存储量大为减少, 容易满足实时估计的要求。目前, 为了解决工程中的各种问题, 卡尔曼滤波已经有很多不同的实现, 如施密特扩展滤波器、信息滤波器和平方根滤波器等。它们在惯性导航、制导系统、全球卫星定位系统、目标跟踪系统、通信与信号处理和金融系统都得到了广泛的应用。与经典估计理论的根本最大不同之处是卡尔曼滤波估计中加入了状态方程, 即考虑到了系统的变化规律, 因此在状态（参数）估计中除了观测值对其的估计外, 还考虑到已有的“经验认识”。

对于惯性导航系统而言, 它是一种非线性系统, 一般采用扩展卡尔曼滤波的

形式，通过泰勒级数在真值附近展开只保留一阶项得到近似的线性模型[36,37]。

连续时间线性系统的系统状态方程和观测方程可以表示为：

$$\dot{x}(t)=\mathbf{F}(t)x(t)+\mathbf{G}(t)w(t) \tag{2.32}$$

$$z(t)=\mathbf{H}(t)x(t)+v(t) \tag{2.33}$$

上式中，系统动态矩阵用$\mathbf{F}(t)$来表示，等待估计的多维系统状态向量用$\boldsymbol{x}(t)$来表示，系统的噪声驱动阵用$\mathbf{G}(t)$来表示，系统的激励噪声过程用$w(t)$来表示，观测方程的观测向量用$z(t)$表示，量测噪声用$v(t)$表示，量测矩阵用$\mathbf{H}(t)$表示，可以认为是高斯白噪声过程，具有零均值。其中系统噪声$w(t)$ 和量测噪声$v(t)$互不相关。

对连续形式的状态方程和观测方程进行积分和离散化运算可以得到离散线性系统：

$$x_k=\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\boldsymbol{w}_{k-1} \tag{2.34}$$

$$z_k=\mathbf{H}_k x_k+v_k \tag{2.35}$$

其中，一步状态转移矩阵用$\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}$来表示，$k$ 时刻的系统状态向量用x_k来表示，系统噪声用$\boldsymbol{w}_k$来表示，系统噪声驱动阵用$\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}$来表示，$k$ 时刻的量测向量用z_k来表示，量测矩阵用$\mathbf{H}_k$来表示，量测噪声用v_k来表示，同样$\boldsymbol{w}_k$与v_k互不相关。

滤波器可以分为时间更新和量测更新两个过程。时间更新的过程是利用系统运动变化规律获得系统状态预测值$\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}$及其协方差阵预测值$\mathbf{P}_{k/k-1}$，具体如下：

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1} \tag{2.36}$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1}=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}\mathbf{P}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{T}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{T} \tag{2.37}$$

经过一步预测之后，进行量测更新过程。量测更新是在获得观测值后，利用外部观测信息对状态预测进行修正，得到系统状态在k 时刻的最优估值$\hat{\boldsymbol{x}}_k$和其协方差矩阵的最优估值$\mathbf{P}_k$，具体如下：

$$\mathbf{K}_k=\mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{H}_k^{T}\left(\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{H}_k^{T}+\mathbf{R}_k\right)^{-1} \tag{2.38}$$

$$v_{k/k-1}=z_k-\mathbf{H}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1} \tag{2.39}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}+\mathbf{K}_k v_{k/k-1} \tag{2.40}$$

$$\mathbf{P}_k=\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_k\mathbf{H}_k\right)\mathbf{P}_{k/k-1}\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_k\mathbf{H}_k\right)^{T}+\mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^{T} \tag{2.41}$$

(2.39)～(2.42)公式为离散型卡尔曼滤波的基本方程，其中$\mathbf{K}_k$为滤波增益矩阵，$v_{k/k-1}$ 为新息序列，$\hat{\boldsymbol{x}}_k$为k 时刻量测更新后的状态，P_k 为量测更新后误差协方差矩阵，为了避免因在计算过程中的累计误差造成造成量测更新后的误差协方差矩阵失去正定性甚至对称性，更新后的误差协方差矩阵使用 Josph 形式表示，在方程的右侧是正定（或非负定）的对称阵相加。

3　轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法

本文算法的核心是将轨道几何特征匹配定位和惯性导航融合来获取车辆的位置，该算法可分为轨道几何特征获取与匹配、惯性导航机械编排和多传感器信息融合三部分。图 3.1 是算法框图。惯性导航具有短时精度高的特点。因此，在较短的时间内，通过 IMU 机械编排得到的姿态和轨距传感器得到的轨距可以在时间上同步和在空间上重新采样，即完成多种轨道几何特征的时空同步。此时得到的轨迹几何特征称为待匹配数据。同时，利用 IMU 机械编排得到的位置作为列车的粗略位置，完成对轨道几何特征背景地图的初始搜索，得到一段轨道几何特征数据，此段轨道几何特征数据部分称为背景数据。通过匹配算法，将待匹配的数据与背景数据进行匹配，可以得到准确的列车位置。此时得到的准确列车位置可以用来作为惯性导航的辅助信息，惯性导航短期精度高但却存在误差随时间不断累积的缺点，推算的过程可以分为投影和积分两个步骤。在松耦合体系结构中，通过 Kalman 滤波可以融合惯性导航系统和匹配定位得到的精确位置信息，有效地抑制系统的发散。此外，里程计信息、非完整约束(NHC)和零速更新(ZUPT)可以进一步提高系统的精度和可靠性。

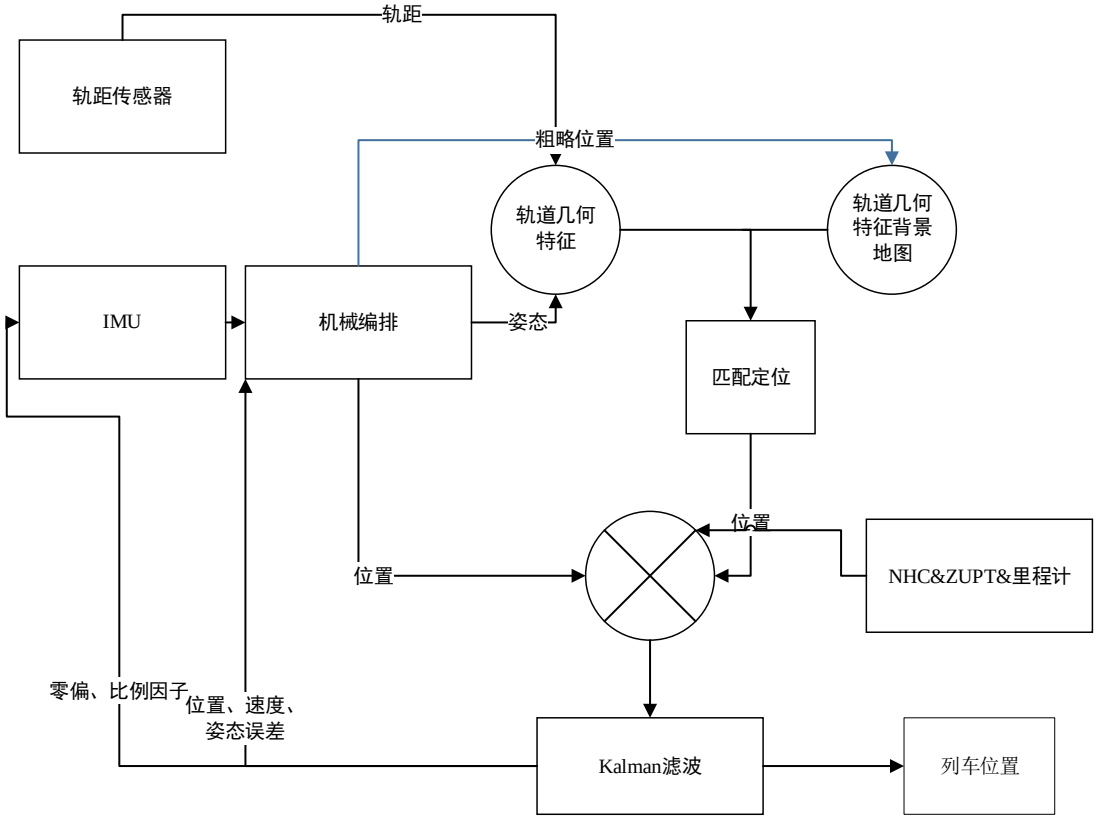

图 3.1 轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法框图

本文采用的 Kalman 滤波器状态参数由 21 个 INS 的误差状态组成，记为 x：

$$x=[\delta r^n\ \delta v^n\ \psi\ \delta b_g\ \delta b_a\ \delta s_g\ \delta s_a]^T \tag{3.1}$$

其中，这 21 个误差参数分别为三维位置误差、三维速度误差、三维姿态误差、三维陀螺零偏误差、三维加速计零偏误差、三维陀螺比例因子误差和三维加速度计比例因子误差。

Kalman 滤波器的观测量由 INS 导航推算的位置与轨道几何特征匹配获得的位置作差得到，利用 Kalman 滤波可以计算出上述状态量并反馈到机械编排中，从而抑制惯导的发散，获取高精度的位置结果。

3.1 基于轨道几何特征的列车匹配定位模型

本文选取了钢轨的三个姿态角（横滚角、俯仰角和航向角）及轨距四个几何特征作为匹配的信息，它们均是轨道里程的函数，即和轨道里程是一一对应的关系，将前期测量并存储于列车计算机的几何特征信息作为背景数据，将后期实时测量的几何特征数据作为待匹配数据，通过比对，可以获取当前的里程，即列车的位置信息。

本文基于最小二乘估计理论建立了匹配定位函数模型，即构建轨道几何特征观测信息和列车里程之间的函数关系。在列车匹配定位算法中，将前期采集的轨道几何特征数据存储于列车的计算机中，称为背景数据，并记为 R；将后期实时测量的钢轨几何特征数据称为待匹配数据，并记为 T 。如图 3.2 所示，将背景数据 R 和待匹配数据 T 分为 n 段并进行降采样处理，计算 R 和 T 的皮尔森相关系数，皮尔森相关系数计算如式 3.2。

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\bar{x}\right)^2\bullet\sum_{i=1}^{N}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}} \tag{3.2}$$

其中 $\bar{x}$ 为 x 序列均值，$\bar{y}$ 为 y 序列均值，N 为序列 x 和 y 的长度，r 为序列 x 和 y 之间的皮尔森相关系数；

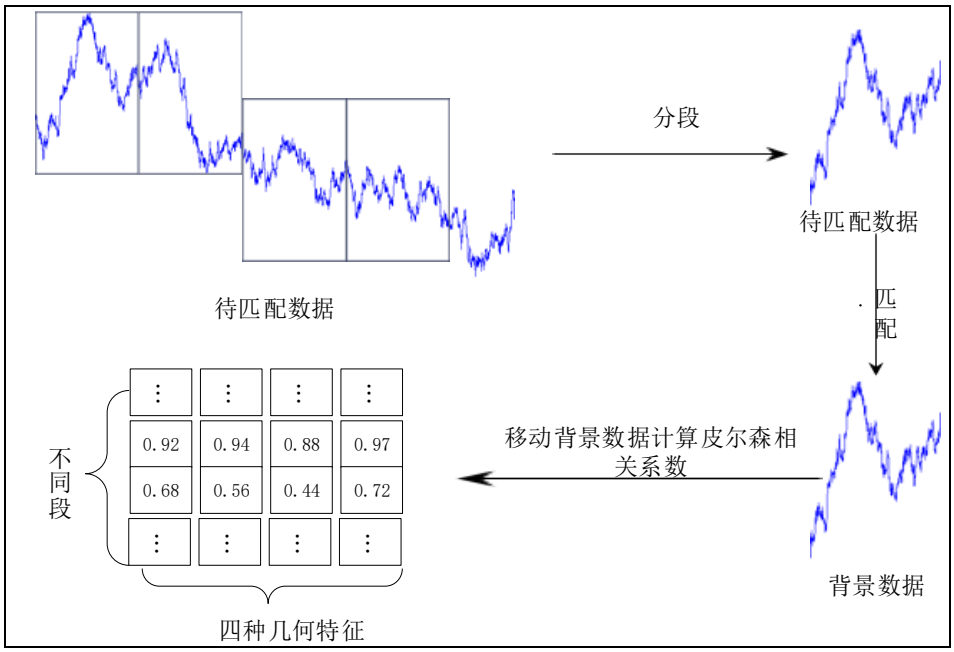

图 3.2 背景数据与匹配数据计算皮尔森相关系数过程示意图

取最大的皮尔森相关系数时的里程偏差量，将此偏差量作加权处理记为 $bias$，作为观测值建立观测方程，如式 3.3，其中 $bias(i)$ 代表第 i 种几何特征量的里程偏差量，$bias0$ 为 $bias(i)$ 序列中值，对应的里程即为 d_0，$x1$ 代表随着里程的增加，背景数据和待匹配数据里程偏差量的漂移因子，$x1$ 的初值为 0，$x2$ 代表和里程无关的待估计偏差量，Δ 为随机误差；

$$bias(i)=x1\times[d(i)-d_0]+bias0+x2+\Delta \tag{3.3}$$

将式 3.3 变形并改为矩阵形式，如式 3.4：

$$bias(i)-bias0=\begin{bmatrix} d(i)-d_0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}+\Delta \tag{3.4}$$

将 $bias(i)-bias0$ 记为 Z，$\left[d(i)-d_0,1\right]^T$ 记为 H，$\left[x1,x2\right]^T$ 记为 X，则观测方程可以写为式 3.5。

$$Z=HX+\Delta \tag{3.5}$$

为建立完整的 Gauss-Markov 模型，还需建立描述观测值的期望、观测值间相互的随机相关关系和观测值各自的精度（即观测值的随机特性）的随机模型，如式 3.6，假设 Δ 服从期望为零的高斯分布，即 $\Delta\sim N(0,D)$ 。

$$\begin{cases} E(Z)=HX \\ \mathrm{var}(Z)=D \end{cases} \tag{3.6}$$

现假设通过某种方法估计得到参数估计 $\hat{X}$,带入观测方程后可以得到估计的观测值

$$\hat{Z}=H\hat{X} \tag{3.7}$$

那么估计的和实际观测值的差为

$$v=\hat{Z}-Z=H\hat{X}-Z \tag{3.8}$$

其中：

$$v=\begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ . \\ . \\ . \\ vl \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

上式v_i表示观测值Z_i的“残差”，它是对观测值的误差改正，式 3.8 也称为误差方程。在式 3.8 中，参数向量$\hat{X}$未知，残差向量v也未知，所以未知数的个数为$l+n$，但是方程的个数为l，这样未知数的个数一定比方程的个数要多，方程 3.8 就会有无穷多组解，因此需要在无穷多组解中选取符合最小二乘估计准则的一组解作为此问题的估计。最小二乘的估计准则是：估计的参数可以满足观测值的残差平方和最小的条件，数学表达式为：

$$\sum_{i=1}^{i=l} v_i^2=\min \tag{3.10}$$

用向量的形式表示为：

$$vv^T=\min \tag{3.11}$$

在式（3.8）的无穷多组解中，能够符合最小二乘准则的解即为最小二乘解$\hat{X}_{LS}$。

式 3.10 的准则视所有的观测值对参数的估计的影响相同，即所有的观测值在计算过程中具有相同的权重，但这些观测值的精度是有所差异的，在计算过程中，需要考虑这种精度的不同，使得精度越高的观测值对估算结果产生的影响更大，所以在式 3.10 的基础上根给观测值赋予一定的“权重”，这种权重的选取是由观测值的方差决定的，令：

$$W=\sigma_0^2 D^{-1} \tag{3.12}$$

上式中σ_0^2可为任意的常数：σ_0^2矩阵W称为“权矩阵”。需要说明的是σ_0^2的取值可以为任意实常数，这不会对最终的结果造成影响，这样式扩展为更一般的形式：

$$v^T W v=\min \tag{3.13}$$

若设$\sigma_0^2=1$，那么权矩阵即为$W=D^{-1}$ 那么上式为，

$$v^T D^{-1} v=\min \tag{3.14}$$

式 3.13 或 3.14 称为“加权最小二乘准则”，可以解出参数估计

$$\hat{X}_{LS}=(H^T W H)^{-1} H^T W Z \tag{3.15}$$

由此可以求取背景数据和待匹配数据里程偏差量的漂移因子$x1$和与里程无

关的待估计偏差量 $x2$ 两个未知参数，并由这两个参数计算更新的里程 d'：

$$d' = d + \left[x1 \times \left(d - d_0 \right) + x2 \right] \tag{3.16}$$

其中，d 为待匹配数据的里程列，d_0 为选择的里程差初值对应的里程（即数据列中间里程），$x1$ 为里程漂移因子，$x2$ 为与里程无关的偏差值，d' 为 d 更新后的里程。

因为里程和列车的空间三维位置坐标是相对应的，可以根据待匹配数据更新后里程 d' 求得此时列车的位置坐标 r_{match}^n。

3.2 建立观测方程

由于轨道几何特征匹配定位获得的列车位置是车轮与轨道接触点的位置，而惯性导航获得的位置是 IMU 中心，所以在建立观测方程以前，需要将这两个位置通过数学换算统一到同一位置处，即进行杆臂补偿。轨道几何特征匹配定位获取位置 r_{match}^n 和 IMU 中心在 n 系位置 r_{ins}^n 的关系如下式：

$$r_{match}^n = r_{ins}^n + D_R^{-1} C_b^n I_{match}^b \tag{3.17}$$

其中，$D_R^{-1} = diag(1/(M+h), 1/[(N+h)\cos\varphi], -1)$，$I_{match}^b$ 为 b 系中 IMU 中心到轨道几何特征匹配获得位置的矢量，即杆臂。

根据惯性导航获得的位置可以推算出轨道几何特征匹配定位应当获得位置：

$$\begin{aligned} \hat{r}_{match}^n &= \hat{r}_{ins}^n + D_R^{-1} \hat{C}_b^n I_{match}^b \\ &= r_{ins}^n + D_R^{-1} \delta r^n + D_R^{-1} [I - (\varphi\times)] C_b^n I_{match}^b \\ &= r_{match}^n + D_R^{-1} \delta r^n + D_R^{-1} [(C_b^n I_{match}^b)\times] \varphi \\ &= r_{match}^n + D_R^{-1} \delta r_{match}^n \end{aligned} \tag{3.18}$$

实际通过轨道几何特征匹配定位获取的列车位置与真实位置存在一定的误差记为 e_r，则：

$$\tilde{r}_{match}^n = r_{match}^n + D_R^{-1} e_r \tag{3.19}$$

将（1）式减去（2）式，忽略微小量以及二阶小量，可以得到轨道几何特征匹配定位获取位置辅助的观测方程：

$$\begin{aligned} z &= D_R (\hat{r}_{match}^n - \tilde{r}_{match}^n) \\ &= [I - (\delta\theta\times)] \delta r_{IMU}^c + [(C_b^n I_{match}^b)\times](\psi + \delta\theta) - e_r \\ &\approx \delta r_{IMU}^c + [(C_b^n I_{match}^b)\times]\psi - e_r \end{aligned} \tag{3.20}$$

当列车跨越 $\pm 180^\circ$ 子午线时，$\hat{r}_{match}^n$ 和 $\tilde{r}_{match}^n$ 可能为 -179.999° 也可能为 179.999°，此时如果位置用经纬度的表达形式直接进行求差运算会产生错误。因此，需要采用更可靠的位置误差计算方法：先得到 e 系下的位置误差，然后再转换到 n 系下，如式：

$$\begin{aligned} z &= C_e^n (\hat{r}_{match}^e - \tilde{r}_{match}^e) \\ &= C_e^n (\hat{r}_{IMU}^e - \tilde{r}_{match}^e) + C_b^n I_{match}^b \end{aligned} \tag{3.21}$$

3.3 观测噪声和状态噪声方差阵的设置

（1）初始状态协方差阵

IMU 的初始状态可以人为给定，也可以进行自动准，无论选取哪种方式，在 IMU 完成初始对准后，位置、姿态和速度都不可避免地存在一定的误差，这种残余误差就决定了最终地初始状态协方差阵。

（2）状态噪声方差阵

在使用状态方程描述 IMU 系统的内部变化规律时，IMU 硬件不可消除的误差对状态估计的随机增长规律也可以由方差矩阵来表示，即状态噪声方差阵。系统状态方差阵主要由惯性传感器的性能所决定，可以使用惯性传感器的性能参数来描述，表示为：

$$\begin{aligned} Q = diag\{&ARW^2, ARW^2, ARW^2, VRW^2, VRW^2, VRW^2, Q_{bg}, Q_{bg}, Q_{bg}, \\ &Q_{ba}, Q_{ba}, Q_{ba}, Q_{sg}, Q_{sg}, Q_{sg}, Q_{sa}, Q_{sa}, Q_{sa}\} \end{aligned} \tag{3.22}$$

其中，$Q_{bg} = 2\sigma_{bg}^2 / \tau_{bg}$ ，$Q_{ba} = 2\sigma_{ba}^2 / \tau_{ba}$，$Q_{sg} = 2\sigma_{sg}^2 / \tau_{sg}$，$Q_{sa} = 2\sigma_{sa}^2 / \tau_{sa}$

式中，ARW 和 VRW 分别代表角度随机游走和速度随机游走，σ_{bg} 和 σ_{ba} 分别代表陀螺零偏稳定性和加速度计零偏稳定性，σ_{sg} 和 σ_{sa} 分别代表陀螺比例因子标准差和加速度计比例因子标准差。它们都是 IMU 的主要性能参数，厂家一般会提供，在实际使用过程中，可以进行 IMU 性能参数的优化，使得惯性导航系统的导航结果最优化。优化过程中，一般通过采取多次实验的数据人为设置 GNSS 中断，统计中断时间内的导航系统位置漂移情况和观察理论漂移与实际情况的对比进行综合判断，确定一组最优的参数。

（3）观测噪声方差阵

观测噪声的方差阵由轨道几何特征匹配定位的精度进行确定：

$$R = \begin{bmatrix} bstd^2 & 0 & 0 \\ 0 & lstd^2 & 0 \\ 0 & 0 & hstd^2 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

式中，$bstd$ 、$lstd$ 、$hstd$ 分别为轨道几何特征匹配定位结果的列车纬度、经度、大地高的标准差。

3.4 状态估计的反馈

每当完成一次状态参数的观测更新，就需要反馈到当前的导航状态进行修正，这样就可以形成闭环的卡尔曼滤波，反馈的状态参数包括位置、速度、姿态、陀螺仪和加速度计的零偏、比例因子。

（1）位置反馈

载体的经度和纬度可以由位置四元数q_n^e得到， 因此水平位置反馈如下：

$$q_n^e = q_c^e \otimes q_n^c \tag{3.24}$$

$$q_n^c = \begin{bmatrix} \cos\left\|0.5\delta\theta\right\| \\ -\dfrac{\sin\left\|0.5\delta\theta\right\|}{\left\|0.5\delta\theta\right\|}0.5\delta\theta \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

高程的反馈如下：

$$h = \hat{h} + \delta r_D \tag{3.26}$$

（2）速度反馈

$$v^n = \hat{v}^n - \delta v^n \tag{3.27}$$

在 Psi 角误差模型中，估计的速度误差投影在 c 系。因此需要将 c 系下的速度误差换算到 n 系，换算公式如下：

$$\delta v^n = \delta v^c - \delta\theta \times \hat{v}^n \tag{3.28}$$

$$\delta v^n = \delta v^c - \delta\theta \times \hat{v}^n \tag{3.29}$$

（3）姿态反馈

载体姿态可以由四元数q_b^n得到，同时$\hat{q}_b^n = q_b^p$，可得姿态反馈关系式如下

$$q_b^n = q_p^n \otimes q_b^p \tag{3.30}$$

$$q_p^n = \begin{bmatrix} \cos\left\|0.5\hat{\varphi}\right\| \\ \dfrac{\sin\left\|0.5\hat{\varphi}\right\|}{\left\|0.5\hat{\varphi}\right\|}0.5\hat{\varphi} \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

陀螺仪和加速计的零偏和比例因子反馈如下

$$b = \hat{b} + \delta b \tag{3.32}$$

$$s = \hat{s} + \delta s \tag{3.33}$$

3.5 车辆约束

列车定位和车载导航具有相似之处，当列车静止时，可以将三维速度为零的信息作为观测信息，即使用零速修正（Zero Velocity Update，ZUPT）；当列车运行在钢轨上时，受到轨道的自然约束，列车不会发生侧向摆动也不会上下跳动，此时可以认为列车的侧向和垂向速度为零，就可以形成非完整性约束（Non-Holonomic，NHC），列车的前向运动速度可以由里程计来感知，里程计测量的前向速度也可以作为观测值来辅助惯导。这些观测信息的信用，可以使得导航结果更加稳定，特别是当轨道几何特征匹配定位出现较大误差甚至错误时，这些辅助手段可以提供连续辅助信息修正惯导误差，来保障导航的精度[32]。

（1）零速修正

当列车处于静止状态时，列车的三维速度均为零，在不考虑误差的情况下，

可以将列车的三维零速度作为速度观测量来构造观测方程，在卡尔曼滤波的过程中估计状态向量，对惯导和导航的误差进行反馈补偿，具体方程如下：

$$z = v_{IMU}^{n} - 0_{3\times1} = \delta v^{c} \tag{3.34}$$

可以假设观测噪声为常量，当存在里程计的输出信息时，可以以里程计的输出脉冲增量值为判断依据甄别载体的静止状态，当里程计不可用时，也可以通过加速度计和陀螺仪的比力和角速度输出的 RMS 进行判断，在载体静止状态下，RMS 应该小于阈值。

（2）里程计辅助

里程计可以安装在列车的轮轴处，此时就可以认为列车前进方向的速度可以由里程计敏感到，根据里程计输出的速度可以构造观测方差，在卡尔曼滤波过程中作为一种速度约束信息来辅助惯导，惯性导航的速度和车轮处的速度关系如下式表示：

$$v_{wheel}^{v} = C_{b}^{v} C_{n}^{b} v_{IMU}^{n} + C_{b}^{v} (w_{nb}^{b} \times) I_{wheel}^{b} \tag{3.35}$$

式中，列车车轮处的运行速度用 v_{wheel}^{v} 来表示，里程计的安装位置和 IMU 的测量中心不在同一位置，存在杆臂值，用 I_{wheel}^{v} 来表示，具体可以描述为 IMU 中心到车轮与地地面接触点的矢量在 b 系下的投影。

由 IMU 解算得到的速度可以推算出车轮的估计速度 $\hat{v}_{wheel}^{v}$：

$$\begin{aligned} \hat{v}_{wheel}^{v} &= C_{b}^{v} \hat{C}_{n}^{b} \hat{v}_{IMU}^{n} + C_{b}^{v} (\hat{w}_{nb}^{b} \times) I_{wheel}^{b} \\ &\approx v_{wheel}^{v} + C_{b}^{v} C_{n}^{b} \delta v^{n} - C_{b}^{v} C_{n}^{b} (v_{IMU}^{n} \times) \varphi - C_{b}^{v} (I_{wheel}^{b} \times) \delta w_{ib}^{b} \end{aligned} \tag{3.36}$$

里程计实际测量得到的车轮处速度可以表示为：

$$\tilde{v}_{wheel}^{v} = v_{wheel}^{v} + e_{v} \tag{3.37}$$

式（3.37）和（3.36）式作差可以得到：

$$z = C_{b}^{v} C_{n}^{b} \delta v^{n} - C_{b}^{v} C_{n}^{b} (v_{IMU}^{n} \times) \varphi - C_{b}^{v} (I_{wheel}^{b} \times) \delta w_{ib}^{b} - e_{v} \tag{3.38}$$

c 系下的观测方程表示为：

$$z = C_{b}^{v} C_{n}^{b} (\delta v^{c}) - C_{b}^{v} C_{n}^{b} (v_{IMU}^{c} \times) \psi - C_{b}^{v} (I_{wheel}^{b} \times) \delta w_{ib}^{b} - e_{v} \tag{3.39}$$

里程计观测的车辆速度为前进方向，即 v 系下的 x 轴分量，因此单独使用里程计辅助时需要在式（3.39）左乘 $A=[1 \quad 0 \quad 0]$。在设置观测噪声阵时需要综合考虑车轮的半径和里程计传感器的分辨率。

（3）NHC 辅助

在列车运行在轨道上时，受到轨道的约束作用，列车既不会侧向摆动也不会垂向跳动，此时可以认为侧向和垂向运动速度基本为零，可以以此信息构造观测方程，形成非完整性约束，对惯性器件和导航误差参数进行反馈和补偿。对于中、低精度的惯性导航系统来说，非完整性约束对于抑制俯仰角和航向角发散的具有明显效果。NHC 辅助的观测方程和里程计辅助观测方程类似，里程计辅助相当于利用列车前向的速度观测值，非完整性约束相当于利用了列车垂向和侧向的速度

观测值，因此二者在观测方程的表达形式上一致的，具体可以参考式（3.39）。需要注意的是，在使用车辆约束时，应当先确定里程计的杆臂和 IMU 的安装误差角。在理论分析中我们常常假设 b 系与 v 系是重合的，或者它们之间的横滚角、俯仰角和航向角是精确已知的，但实际这两个坐标系是存在差异的，二者之间的三个欧拉角差异不可忽略，如果不对安装误差安装角进行估计和补偿，会破坏观测方程，此时非完整性约束不但对定位结果没有帮助，反而可能会损害组合导航定位精度。

3.6 组合导航抗差处理

在导航系统中，偶尔会出现硬件、软件故障以及误匹配等恶劣情况，尤其是在匹配过程中，一旦发生误匹配，匹配得到的列车位置可能是背景数据库中的任意位置，和列车的真实位置差距巨大，因此必须充分考虑这些超出导航系统限定误差的不确定因素。在组合导航系统中，常常利用惯性导航在短期有很高精度的特性，使用惯导机械编排推算的结果和观测数据进行对比，短期内惯导系统没有严重发散，理论上应该和外界其它观测信息相对差异不大，如果这种差异十分明显，我们常常认为观测数据存在粗差，此时需要根据设置的阈值来判定粗差的严重程度，对粗差数据进行降权或者直接剔除处理，这样可以增强系统的稳定性。

本文采用的粗差探测方式是利用新息滤波进行处理，卡尔曼滤波器的新息能够反映状态估计值和观测量是否相一致，可以检测到出现较大异常的情况[38]，新息表示为;

$$\delta z_k^- = z_k - H_k \hat{x}_k^- \tag{3.40}$$

新息的方差即为增益矩阵的分母，包含了状态估计的方差阵和观测噪声阵，表示为：

$$C_k = H_k P_k^- H_k^T + R_k \tag{3.41}$$

将方差阵和其对应的新息进行比较，剔除超过阈值的观测量：

$$\left|(\delta z_k^-)_i\right| \le s\sqrt{(C_k)_{i,i}} \tag{3.42}$$

置信度为 95%时 s 取值 2，置信度为 99.73%时 s 取值为 3。

4 实验方案设计

本章主要介绍轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法实验验证的整体方案设计，测试平台为轨检小车和列车，实验一在轨检小车上安装高精度惯导、微机电惯导以及轨距传感器和里程计传感器来对本文所提定位算法进行测试、验证和优化。实验二在列车平台上安装高精度惯导和微机电惯导采集数据，对本文算法应用于列车定位的可行性进行了进一步的验证。同时在轨检小车和列车平台上还搭载了高精度 GNSS/INS 组合导航系统，进行短基线实时载波相位差分 GNSS（RTK）/INS 组合导航处理，其定位结果用作参考真值。下面将对硬件系统和数据处理流程进行详细介绍。

4.1 硬件系统描述

4.1.1 轨检平台

实验一选用手推式轨检车作为算法的测试和验证平台，如图 4.1 所示，轨检小车上可以搭载 INS/GNSS 组合导航系统、里程计传感器、轨距传感器等各类测量传感器。该设备能够精确、连续的感知轨道的几何特征信息，同时准确的传递给测量传感器[39,40]。轨检小车采用 T 型结构进行设计，是一种刚性结构，小车车体在运动过程中能够稳定和连续的保持与钢轨之间的钢性接触，能够精确的采集各类轨道几何特征信息用于特征匹配，同时结合惯导系统采集的数据完成小车的定位和定姿。轨检小车只需要进行简单的安装就可以放置在有砸轨道和无砸轨道上，在使用过程中，使用推杆推动轨检小车在铁路轨道上运行采集数据。

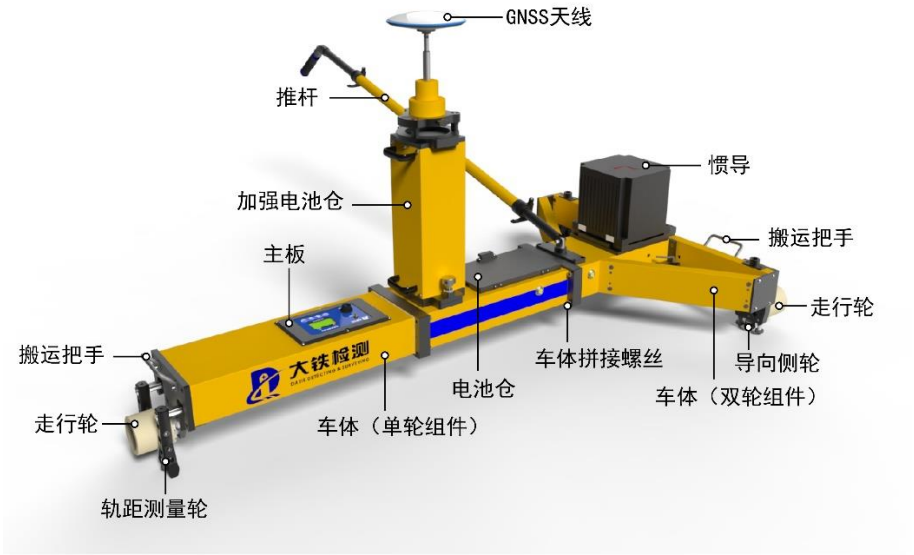

图 4.1 轨道几何状态测量系统（包括轨检平台和传感器）

轨检小车在使用前经过专业的测量仪器进行车体的刚性和受力计量的检测，轨检小车为 T 型结构设计，因此安装了三个行走轮，小车一侧为双轮，一侧为单轮。双轮梁一侧轮轴与对应的行走轮轮轴共面形成导向轮，单侧轮轮轴安装在伸缩杆上，这样轨检小车在轨道上运动时，单侧轮可以在一定程度上活动，位于伸缩杆的弹簧会产生作用力，并且方向和轨检小车的横梁方向一致，使得小车在前进或者后退过程中侧轮始终与钢轨保持横向密贴，并且不会发生垂向的跳动。

作为一个传感器集成平台，不同传感器安装在轨检小车不同位置，各个传感器之间的杆臂信息需要经过准确的标定，以便于后续的数据处理工作。数据采集前需要测量的杆臂有：GNSS 天线杆臂、里程计杆臂和行走轮与钢轨接触点的杆臂。杆臂测量参考点以 IMU 为测量中心，IMU 的测量中心是指三轴加速度计敏感轴的交点，在惯导的外壳上一般会看到较为醒目的标注，以 GNSS 天线杆臂为例，是指 IMU 测量中心指向 GNSS 天线相位中心的向量投影在 b 系下，在测量过程中一般需要保证厘米级的测量精度，较为容易实现。

4.1.2 惯导和参考系统

IMU 是整个列车定位算法的核心传感器，既用来感知轨道姿态完成轨道几何特征匹配，也用来机械编排和组合导航解算完成最终的列车定位。IMU 作为惯性传感器由加速度计和陀螺仪构成，可以提供加速度和角速度测量信息，通过对加速度计和陀螺测量值进行机械编排推算，获取载体的位置、速度和姿态信息。惯性测量单元（IMU）具有良好的短期稳定性和自主导航能力，因此相对短时间内测量的姿态可以保持一定的精度满足轨道几何特征匹配的需求，但其误差会随着时间的增长而不断累积，因此惯导需要外界辅助来完成高精度的定位，惯导只能保证短期精度高的特点要求轨道几何特征匹配的窗口也需要控制长度，如果轨道几何特征匹配所需时间过长，必然会因惯导的发散无法准确反映轨道的几何特征导致匹配精度下降甚至出现误匹配。

惯性测量单元主要由以下几个部分构成：加速度计和陀螺仪、温度传感器、IMU 处理器、标定参数存储器和电源系统。IMU 一般包含三轴加速度计和三轴陀螺仪，三个敏感轴正交，可以实现测量三维的比力和角速度信息。比力和角速度都是惯性坐标系的运动参数，加速度计测量比力（即作用在单位质量上惯性力与万有引力的向量和），陀螺仪测量加速度。惯性器件都有可允许的工作温度范围，需要使用温度传感器来保证惯性器件的正常工作，IMU 处理器对传感器的输出信息进行误差补偿和量纲转化等工作，标定参数存储器存放已经标定处的 IMU 误差参数。惯导在民用领域一般划分为四种精度等级，精度最高的为导航级，其次是战术级，精度相对较低的是汽车级和消费级。四种等级的陀螺零偏稳定性和大体市场价格如下所示。

表 4.1　不同等级惯导陀螺零偏稳定性及价格

	消费级	汽车级	战术级	导航级
陀螺零偏稳定性	>200°/h	10-200°/h	0.1-10°/h	<0.01°/h
价格	$50-1000	$5000-10000	$10000-50000	>$100000

本文选取了三款不同级别的惯导进行实验，它们分别是：价格低廉精度相对较低的 ADIS16465、中等精度和价格的 HG4930、导航级高精度 POS830。ADIS16465 是 ADI 公司生产的一款精密微电子机械系统（MEMS）惯性测量单元，它包括一个三轴陀螺仪和一个三轴加速度计。陀螺仪运行偏置稳定性为 2°/h，角度随机游走为 $0.15°/\sqrt{h}$，轴间错位误差为 ±0.05°。三轴加速度计运动偏置稳定性为 3.6μg。HG4930 是霍尼韦尔公司生产的一款准战术级别 IMU,陀螺仪零偏稳定为 0.35°/h,是 6 轴高性能硅基 MEMS 惯性传感器，集成了三个单轴 MEMS 陀螺仪和三个单轴 MEMS 加速度计。POS830 厂家为武汉迈普时空导航科技有限公司，是一款高精度的导航级惯导，采用高精度三轴激光陀螺和高稳定性的三轴石英加速度计作为惯性传感器。

表 4.2　实验选取惯导型号及性能

	陀螺仪零偏稳定性（deg/h）	加速度计零偏稳定性（mGal）
ADIS16465	24	140
HG4930	0.35	30
MP POS830	0.01	25

本文采用的参考真值为高精度 POS830 和 GNSS 组合导航系统进行短基线实时载波相位差分 GNSS（RTK）/INS 组合导航处理获得的列车位置。采用 Trimble 公司的 Trimble NetR9 测量型接收机作为 GNSS 基准站，接收机性能参数如表 4.3 所示。

表 4.3　Trimble NetR9 接收机性能参数

项目	参数
观测值	双频
跟踪卫星	GPS + Galileo + GLONASS
采样率	≤50Hz
定位指标（基线<30km）	高程：20mm+1ppm（RMS） 水平：10mm+1ppm（RMS）

4.1.3　其他传感器

（1）里程计

里程计可以测量载体的前进方向速度，这一量测信息可以作为辅助观测量与非完整性约束结合形成在车体坐标系下的三维速度观测值，进行卡尔曼滤波的更新，提高组合导航系统的量测精度，同时里程计提供的里程信息可以作为一个粗略里程对轨道几何特征背景数据库进行搜索。轨检小车在行走轮侧面安装了一对霍尔传感器，在列车上如果条件允许也可以在轮轴上安装这种类似的霍尔传感器，它的工作原理是根据霍尔效应来记录行走轮转动的圈数得到车轮的行走距离。在轨检小车上，为了检测车体的运动方向，在同一个车轮上的不同位置安装了两个霍尔传感器 [28]。里程计测量值常因为转动圈数计数误差和行走轮半径误差存在累计误差。当行走轮出现打滑时就会导致转动计数偏小。里程轮的半径误差是指实际半径与标称半径不一致，可能来自于行走轮的加工误差、磨损及测量过程中有黏物吸附在行走轮表面。轨检小车选取的里程计精度为大约为行走 1000 米的情况下累计误差为 2 米左右。在获取精确的里程信息后，需要通过安装在轨检小车上的数据采集系统打上统一的时标，与组合导航系统量测信息和轨距信息进行时间同步处理。同时，如果里程计量测信息作为前向速度观测信息进行卡尔曼滤波更新解算时，需要标定里程计杆臂信息，从而达到更高的解算精度。在实际测量作业过程中，霍尔传感器常常会因为测量环境的恶劣，粘连上泥土等杂物，这常常会造成里程计无法正常工作，因此需要格外注意保持霍尔传感器的清洁。

（2）轨距传感器

轨距是指两股钢轨头部内侧顶面下 16mm 处两个作用边之间的最小距离，轨距传感器分为接触式和非接触式测量两种，安装在小车车体的横梁上，可以通过测量伸缩杆端弹簧长度变化来间接获得轨距变化值。轨道轨距可由横梁的固定长度加上轨距传感器测量的变化长度得到。在测量过程中伸缩杆的弹簧必须始终处于压缩状态，这样可以使得轨距传感器和钢轨在横向上保持密贴性 [28]。

实测轨距的计算公式为式(4.1)，

$$d = d_1 + \Delta d + K_T T \tag{4.1}$$

$$\Delta d = R - \sqrt{R^2 - d_w^2 / 4} \tag{4.2}$$

其中 d 为实测轨距值，Δd 和 $K_T T$ 为实测轨距的改正项。其中 $K_T T$ 为温度补偿改正项，R 为轨道的曲率半径，d_w 为双轮梁两个侧轮的轮间距。在轨距特征匹配定位中，背景数据和待匹配数据的轨距改正值是一样的，因此也可选择不进行轨距改正，但需保持背景数据和待匹配数据的一致性。

4.2 数据处理流程

4.2.1 传感器时间同步

轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合定位算法使用了多个传感器感知信息，来获取列车的位置，在多传感器信息融合过程中，时间同步是基本前提，是保证定位精度的必备条件。如果 IMU 和其他传感器的时标不统一，会导致定位精度下降，甚至导致滤波器的发散。

本文采用的时间同步方法是给各个传感器人为打上统一的本地时标来完成时间同步。虽然本地时标可能存在时间的不稳定性和系统性的误差，但这些误差相对所有传感器都是系统性和同等的，因此不会给各个传感器的时间同步带来影响。当获取到 GNSS 信号时，就可以使用 GNSS 的 1PPS 信号对本地时标进行插值校正。通过这种打本地时标间接的方式，可以将所有传感器的时标进行同步，统一到 GNSS 的绝对时间系统下。

4.2.2 里程同步和数据重采样

平面坐标和轨道里程之间是可以相互转换的，获取了列车的平面坐标，就可以同时获取列车所在的里程位置，列车的坐标由组合导航系统给出，但给出的坐标一般是全球坐标系下的大地坐标，与此不同的是轨道控制网采用的是当地独立的水平坐标系，因此需要对组合导航系统给出的坐标进行转换，统一到铁路控制网所在的水平坐标系。如果两个坐标系的转换参数明确已知，可以由转换参数直接将大地坐标转换为铁路控制网所在的坐标系。如果转换参数是未知的，可以采用高斯投影的方法将大地坐标转换成平面坐标和高程，但这样会导致投影变形过于严重，此时常常采用膨胀椭球投影的方式。进行坐标转换后就可以计算对应里程，如果直接转换到轨道控制网所在的坐标系，可以直接反算出列车对应的里程，如果进行高斯投影可以根据给定列车的起始点绝对里程，进行推算获得相对的里程。

完成里程同步还需要进行空间重采样，一方面各个传感器之间的采样率不同，在一次测量中无法保证各传感器在相同的里程点处进行数据采集，另一方面，在轨道几何特征匹配过程中，列车运行速度是变化的，为了保持背景数据和待匹配数据在相同的里程点上进行采样，必须进行空间重采样，将各个传感器在时间域上采集的数据统一到空间域中。

轨距的重采样可采用单维度的内插得到采样里程处的轨距值，如线性或三次样条曲线内插。IMU 推算得到的位置和姿态重采样可以采用“滑动窗口拟合法”：以采样点里程为中点前后截取一段固定长度的位置和姿态数据，对这段长度内的位置和姿态进行拟合，然后根据拟合参数计算采样点里程处的拟合值，作为最终姿态和坐标的重采样值；其中拟合的方法可采用整体最小二乘法或三次样条曲线拟合法[28]。

4.2.3 组合导航解算

组合导航解算主要包括三部分：1）惯性导航解算，包括初始对准和惯导机械编排；2)轨道几何特征匹配定位计算；3）组合导航正向滤波。具体解算过程进行如下说明：

1）IMU 解算初始对准：

惯导解算前需要进行初始对准，即确定初始的位置、速度和姿态信息。初始位置和速度一般根据列车初始里程人为给定或者根据 GNSS 等外部观测获得。在初始姿态确定中，高精度的导航级惯导可以通过静态粗对准或精对准获取初始姿态角。而微机械惯导无法通过这种对准方法进行自主对准，此时可以根据给定的初始里程和设计线型来求得对应的方位角、坡度角和横向倾斜角作为惯导的初始姿态。

2）轨道几何特征匹配误匹配判断

在轨道几何特征匹配中如果出现误匹配，带来的定位结果影响是随机的，可能匹配到几何特征背景地图中的任一位置，对其定位精度是无法进行评估的，因此必须进行轨道几何特征匹配定位的质量控制，一方面，可以通过前文所述的抗差方法，利用惯导短时间内精度高的方法判别是否出现误匹配；另一方面，可以通过判别皮尔森相关系数进行误匹配判断，当皮尔森相关系数峰值不明显、出现多处峰值或者几种特征信号出现峰值的位置差异过大时，可以判定为出现误匹配。图 4.2 展示了轨道几何特征匹配过程中几种典型的皮尔森相关系数曲线（以轨距匹配为例）。图（a）皮尔森相关系数图出现了明显的峰值，除去峰值处其它里程移动计算得到的皮尔森相关系数都较小，此时代表在背景地图中匹配到了唯一的位置，如果能够通过后续的抗差检验，列车轨道几何特征匹配定位的精度将具备可靠性。图（b）可见每处里程移动对应的皮尔森相关系数都很小，此时代表轨道几何特征匹配失败，无法在背景数据中寻找到和待匹配数据相似的任何片段。图（c）可见基本每处里程移动对应的皮尔森相关系数都比较大，出现这样的原因是数据比较平滑，此时可以认为轨道几何特征信息过于平稳而无法满足特征匹配的要求。图（d）可见皮尔森相关系数出现了多处尖峰，此时表示在背景数据中有多段数据和待匹配数据具备一定相似性，由于列车的位置是唯一的，此时容易匹配到多处位置，极容易造成误匹配。

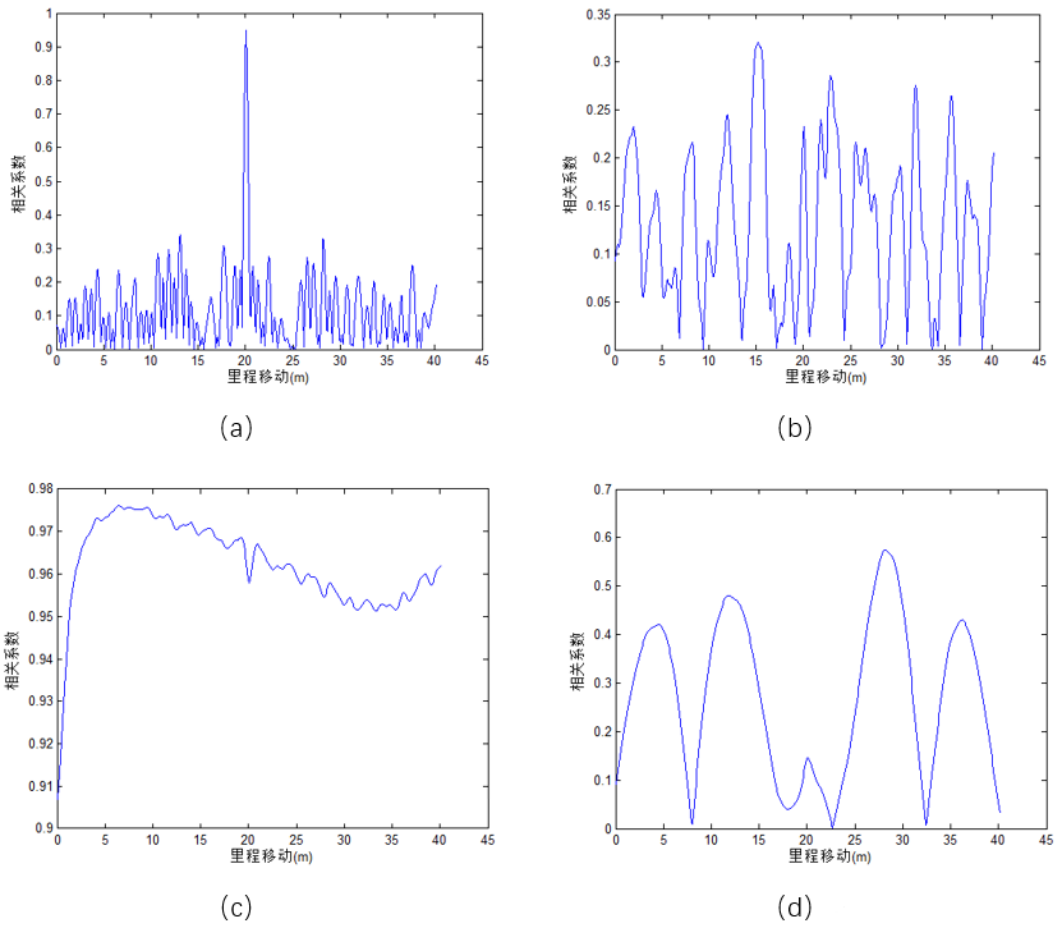

图 4.2 特征匹配过程中出现的几种典型的皮尔森相关系数曲线（以轨距匹配为例）

3）轨道几何特征匹配背景地图搜索

在完成轨道几何特征匹配前，需要在背景地图中搜索一段特征背景数据，此时要给出粗略的搜索里程或者坐标。如果使用导航级的高精度惯导，可以使用惯导机械编排得到的位置作为粗略搜索位置，如果使用微机械惯导，可以使用 GNSS 的单点定位结果或者里程计推算结果作为粗略搜索位置。

4）IMU 误差补偿和反馈修正

在进行机械编排前，需要对 IMU 原始观测数据进行误差补偿，误差参数可以通过卡尔曼滤波在线进行估计获得。在进行一次卡尔曼滤波后，需要将得到的导航状态误差对机械编排得到的导航结果进行反馈修正，同时对 IMU 的器件误差进行补偿。

5　实验与结果分析

5.1　实验描述

为评估轨道几何特征匹配/INS/里程计多传感器信息融合列车定位算法的可行性和精度，在 2019-12-13 日至 2019-12-17 日在高速铁路上使用轨检小车进行了采集数据实验。测试轨道为新建昌赣高速铁路，正线全长 416 千米，设计的最高速度为 350 千米/小时，图 5.2 为测试路段的平面图。2019 年 12 月 26 日，昌赣高速铁路正式开通运营。测试路段位于赣州郊区，较为开阔，卫星观测条件较好，GNSS 采集数据能够充分保障 GNSS（RTK）/INS 组合导航定位精度，从而得到厘米级别的高精度参考真值。如图 5.1 所示，轨检小车平台上搭载了包括 ADIS16465、HG4930、POS830 在内的多套惯导系统，采用泡沫胶固定在车架上，它们与 GNSS 等其它测量传感器的相对位置固定，并且可以精确测量。在采集数据过程中，选取了 500 米、800 米、1000 米、1200 米、2000 米等多种长度的测试路段，并且每种长度的测试路段来回测量四次，将其中一次采集的数据处理后作为背景数据，其他测回采集数据作为待匹配数据，将轨道几何特征匹配/INS/里程计多传感器融合定位算法处理的结果与参考值进行对比分析。

为了进一步验证轨道几何特征匹配/INS/里程计多传感器信息融合列车定位算法在列车平台的可行性，在 2020-1-7 日至 2020-1-10 日将测试设备搭载在列车平台上进行了实验。测试轨道安徽阜阳-阜南线路，为了保证计算参考真值时 RTK 的精度，将基站架设在了铁路轨道附近开阔处，选取线路长度约 12 公里。如图 5.3 所示，列车上搭载了高精度 POS830 惯导和低等级 ADIS16465 惯导，ADIS16465 惯导安装在了列车转向架处，使用泡沫胶固定，保证列车行驶过程中不会发生移动。高精度 POS830 惯导由于体积相对较大，安装在了列车车厢上。在同时一段测试轨道上进行了六次重复测量，同样将其中一次采集的数据处理后作为背景数据，其他测回采集数据作为待匹配数据。

图 5.1 轨检小车搭载多套 IMU 系统实验图

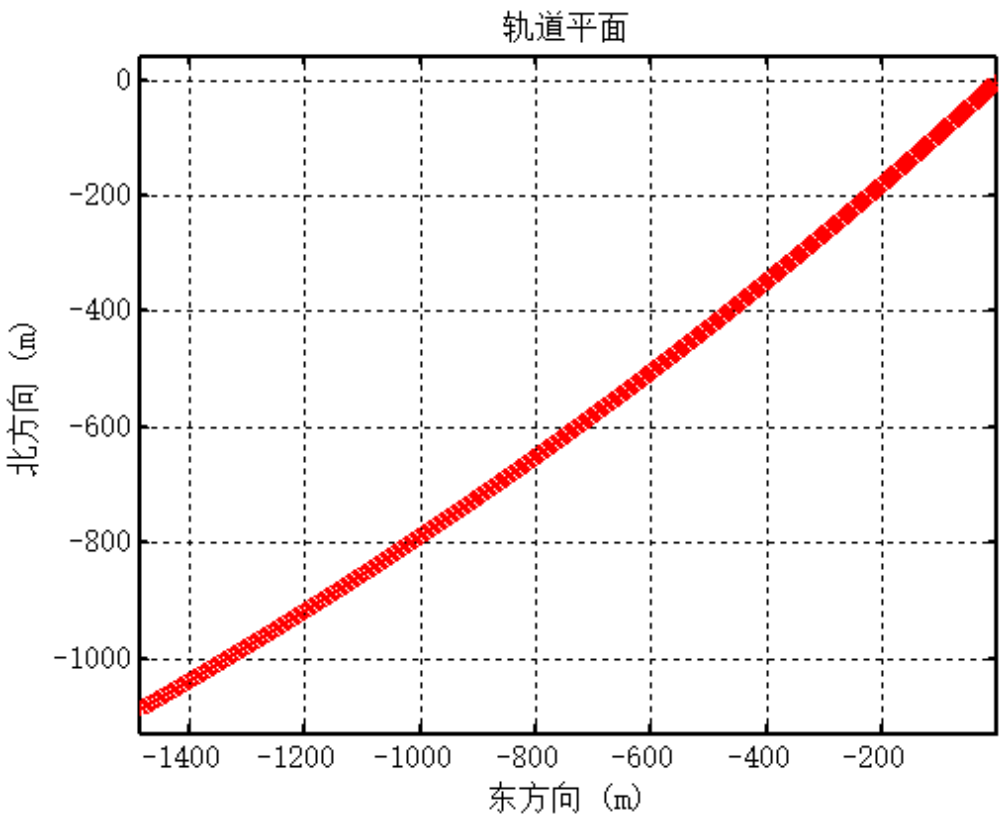

图 5.2 昌赣高速铁路测试路段平面图

图 5.3 列车平台搭载多套 IMU 系统实验图

5.2 不同等级惯导姿态重复性及轨道几何特征匹配定位精度

5.2.1 不同等级惯导姿态重复性

本文实验一选取了 POS830、HG4930 和 ADIS16465 型号的不同等级惯导系统进行轨道姿态重复性分析，在多次测量中，任意选取其中的两次测量数据，按照前文所述的空间投影方法，将姿态数据投影在相同的轨道处并进行降采样，采样间隔为 0.2 米。如果没有任何器件误差和其它噪声影响，在绝对理想条件下，两次测量的轨道姿态在同一里程同一轨道处应该是完全重合的。在测量过程中，不可避免的会带来误差，这些误差将直观的影响多次测量的姿态重复性，重复性

将对轨道几何特征匹配带来直接的影响。在降采样的过程中，相当于对姿态数据进行了一定程度的滤波，将有利于消除一些白噪声的影响，如果采用更为复杂的数据预处理流程，还有望消除跳变点以及漂移等误差。但无论如何处理，因惯导这一器件带来的误差是由惯导的等级决定的，因此在选择惯导型号前，需要对不同等级的惯导在轨道姿态测量中的重复性进行定性和定量分析。

首先，通过任意两次测量的轨道姿态角整体图形我们可以进行定性分析，为了表示的更加清晰，将其中一次测量的姿态角进行了整体 0.2deg 的平移。图 5.4、图 5.5 和图 5.6 分别为 ADIS16465 任意两次测量采集的轨道横滚角、俯仰角和航向角，可以发现低等级 MEMS 惯导采集的轨道姿态在同一里程处重复性很差，仅仅轨道横滚角和俯仰角在同一里程处的数值差异较小，但轨道几何特征匹配需要更加关注的图形起伏变化相似性却很差。图 5.7、图 5.8 和图 5.9 分别为 HG4930 任意两次测量采集的轨道横滚角、俯仰角和航向角，通过图形可以发现轨道俯仰角在图形起伏变化和数值大小上都具备很好的重复性，轨道横滚角在同一里程处的数值大小接近但整体图形起伏变化相似性较差。图 5.10、图 5.11 和 5.12 分别为 POS830 任意两次测量采集的轨道横滚角、俯仰角和航向角，通过图形可以发现轨道横滚角、俯仰角和航向角在图形起伏变化和数值大小上都具备很好的重复性。

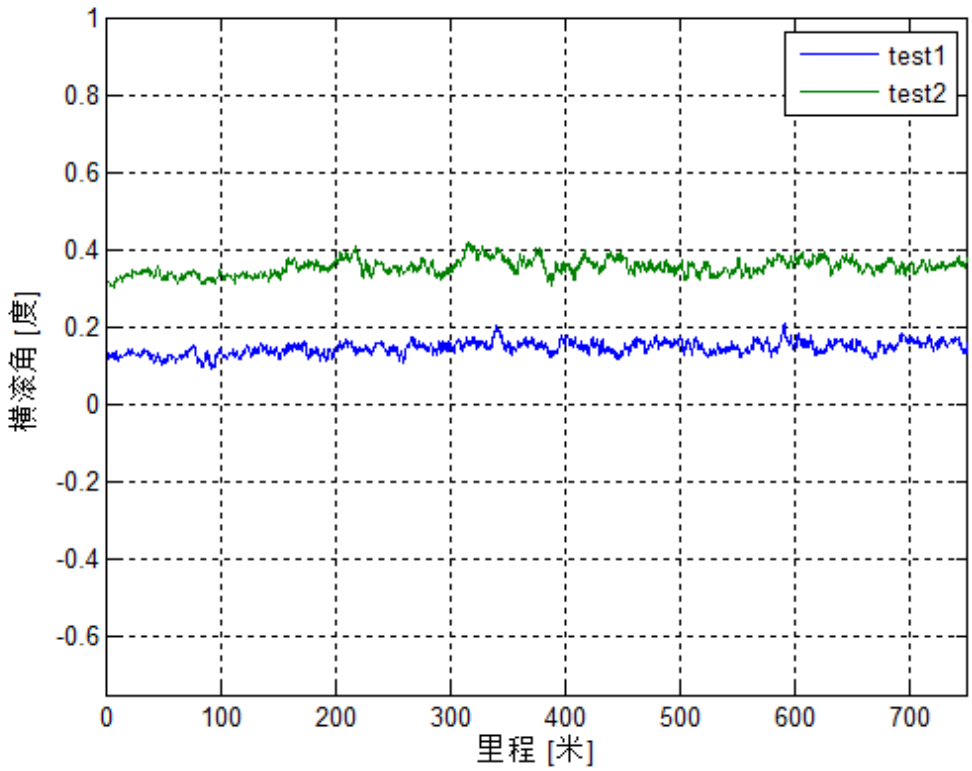

图 5.4 ADIS16465 测试路段轨道横滚角

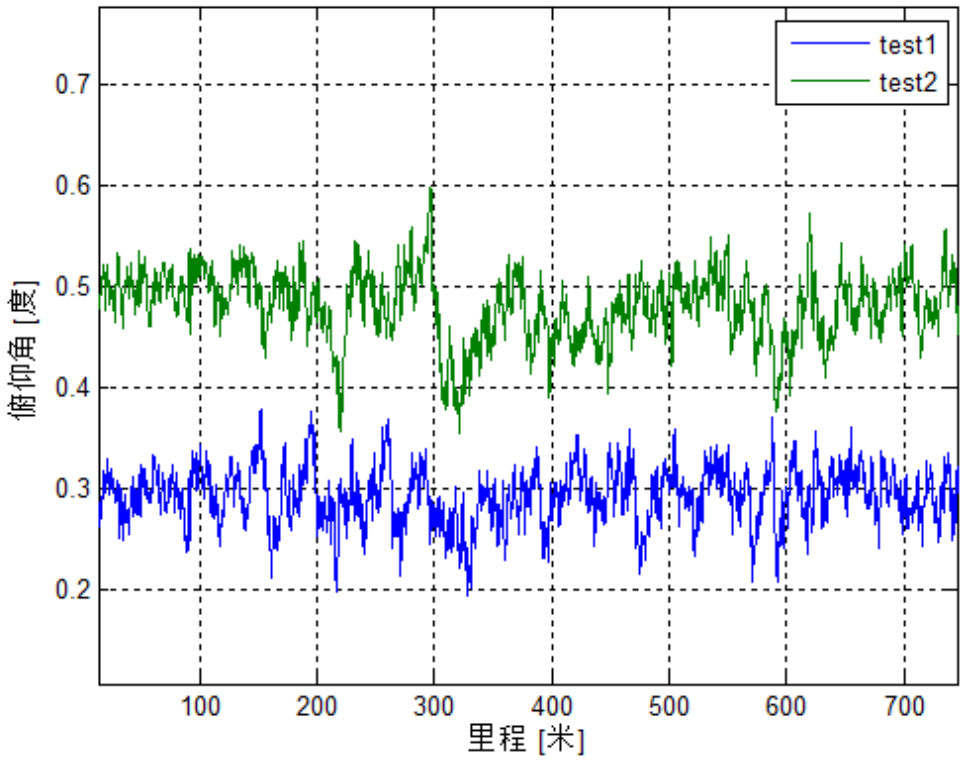

图 5.5 ADIS16465 测试路段轨道俯仰角

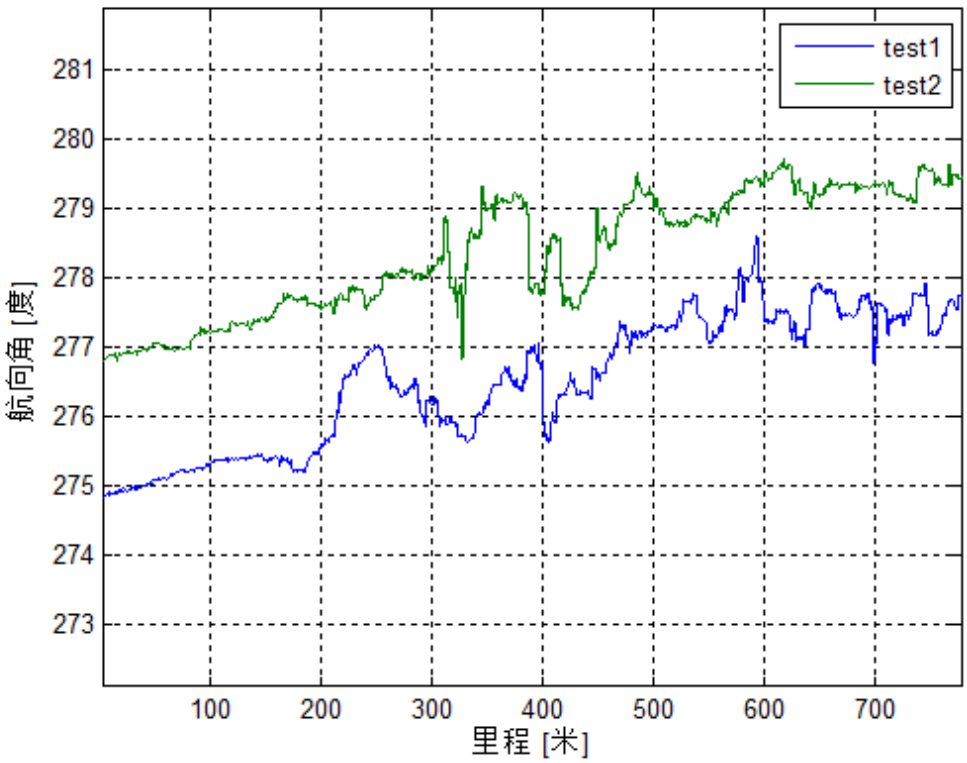

图 5.6 ADIS16465 测试路段轨道航向角

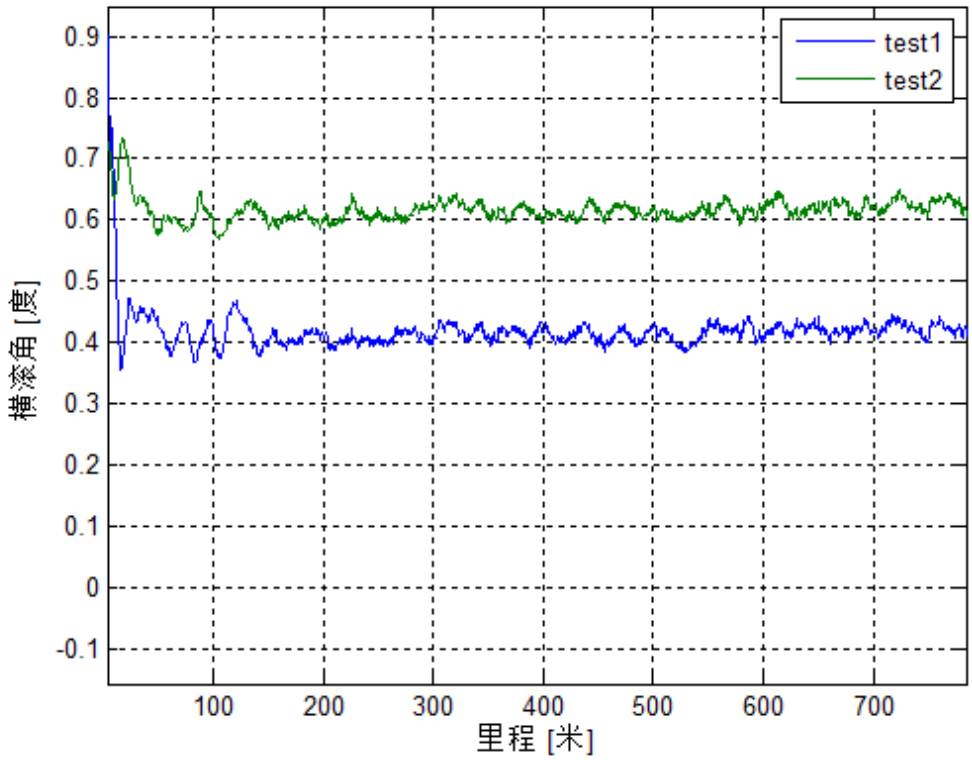

图 5.7 HG4930 测试路段轨道横滚角

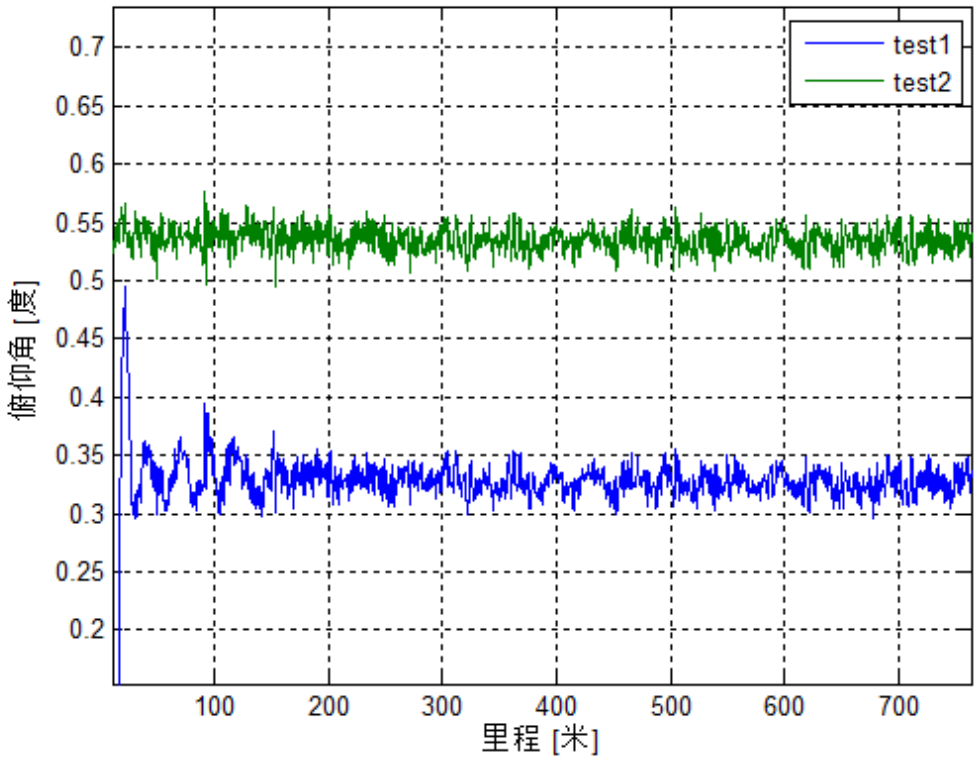

图 5.8 HG4930 测试路段轨道俯仰角

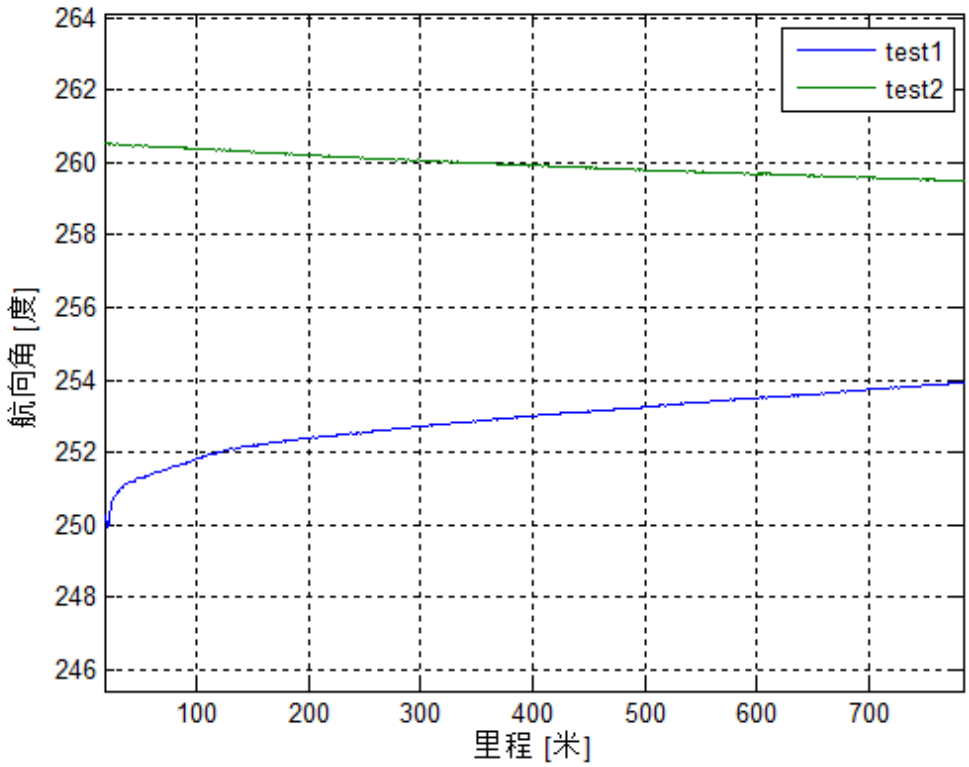

图 5.9 HG4930 测试路段轨道航向角

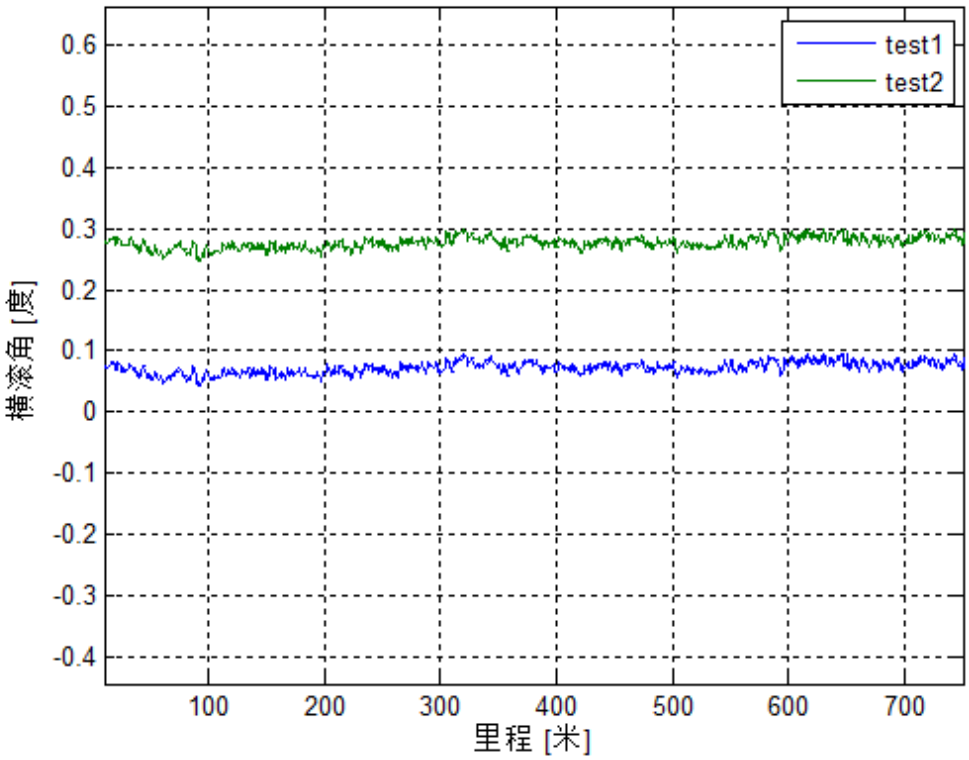

图 5.10 POS830 测试路段轨道横滚角

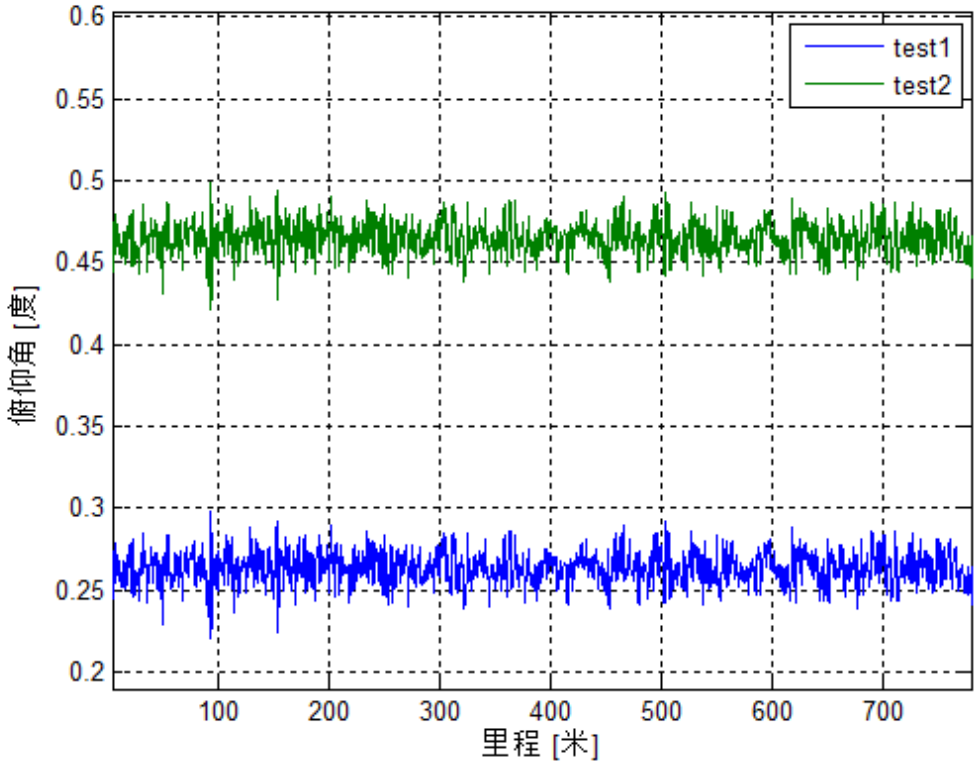

图 5.11 POS830 测试路段轨道俯仰角

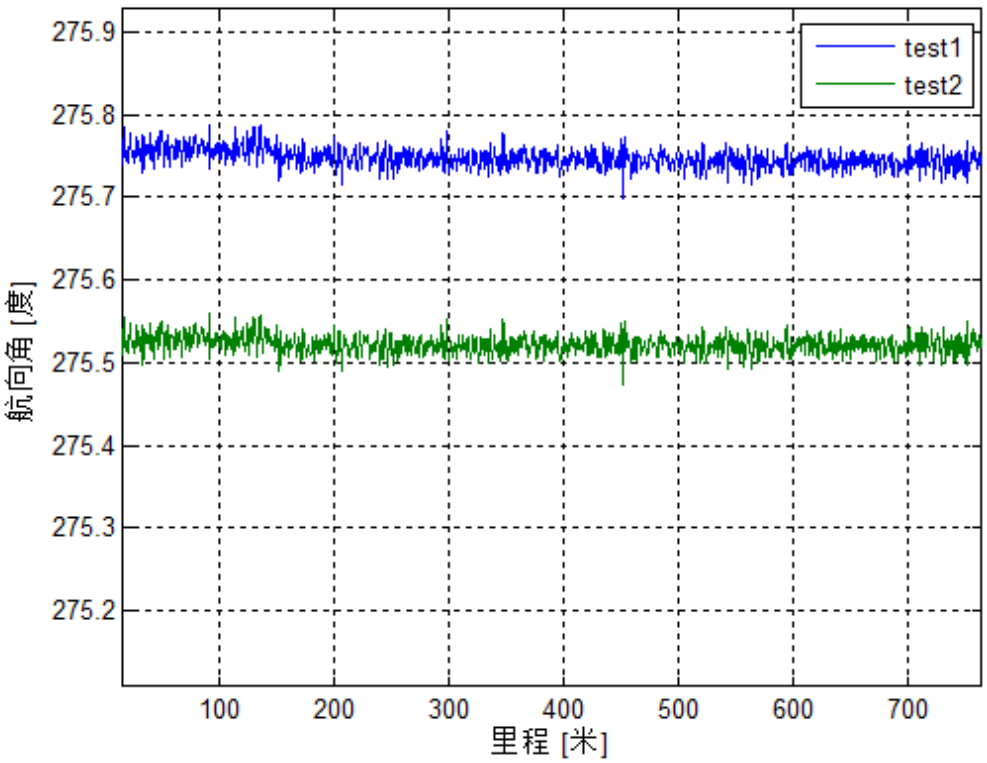

图 5.12 POS830 测试路段轨道航向角

5.2.2 不同等级惯导姿态及轨距匹配定位精度

在定性分析了不同等级惯导测量轨道姿态的重复性后，本节将定量分析轨道姿态和轨距特征匹配的定位精度。将 ADIS16465、HG4930、POS830 采集的轨道姿态角的数据按照前文所述方法，把待匹配数据均分为 20 个窗口，并计算与背景数据库的皮尔森相关系数，根据最大皮尔森相关系数位置确定匹配的里程位置。图 5.13 表示精度较低的 ADIS16465 轨道几何特征匹配里程误差，可见横滚角、俯仰角和航向角进行特征匹配只有少数窗口定位里程误差在 10 米以内，绝大部分窗口里程误差分布在-40 米-40 米之间，此时里程定位误差很大，可以视为出现了误匹配，这和观察的三个姿态角的图形重复性相吻合。图 5.14 表示准战术级 HG4930 轨道几何特征匹配的里程误差，可见横滚角和航向角的定位误差和 ADIS16465 类似，分布在-40-40 米之间，但是俯仰角的特征匹配定位误差分布在-0.2 米-0.2 米之间，具有较高的定位精度，这与上文定性分析俯仰角变化相似性较好的结论相吻合，可见 HG4930 此款惯导采集的俯仰角这一轨道几何特征具有列车定位的潜力。图 5.15 表示高精度导航级 POS830 轨道几何特征匹配的里程误差，可见三个姿态角进行特征匹配定位的里程误差均很小，分布在-0.004 米-0.004 米之间，这和上文定性观察的 POS830 姿态角图形重复性一致，同时表明高精度惯导在轨道几何特征匹配中具备充分的能力实现高精度列车定位。

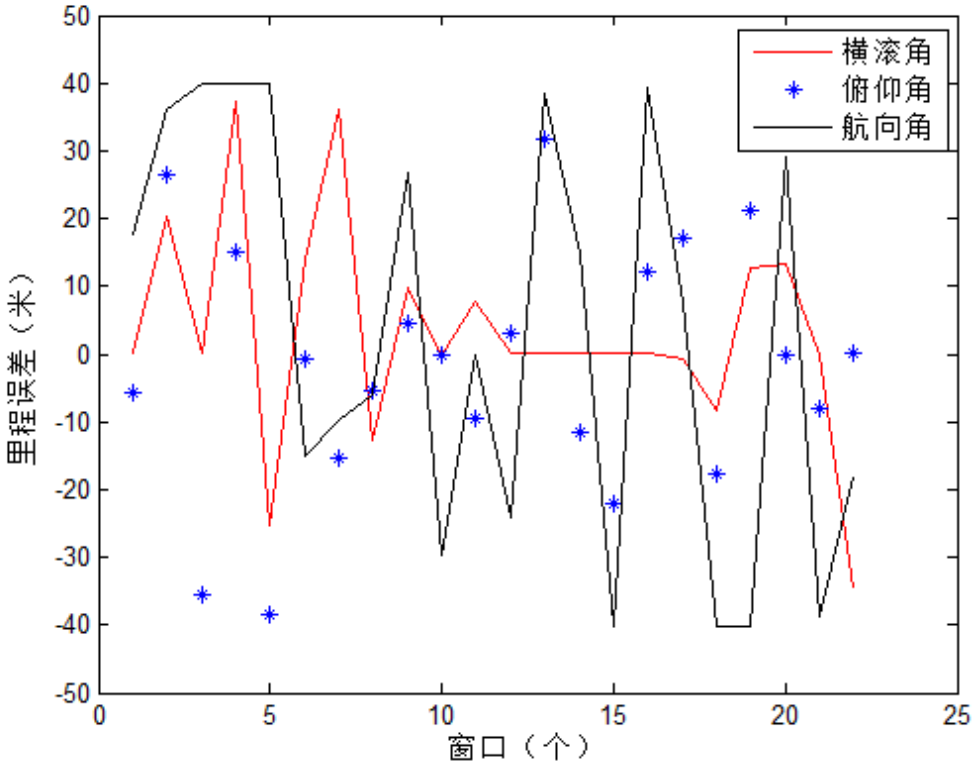

图 5.13 ADIS16465 姿态特征匹配定位里程误差

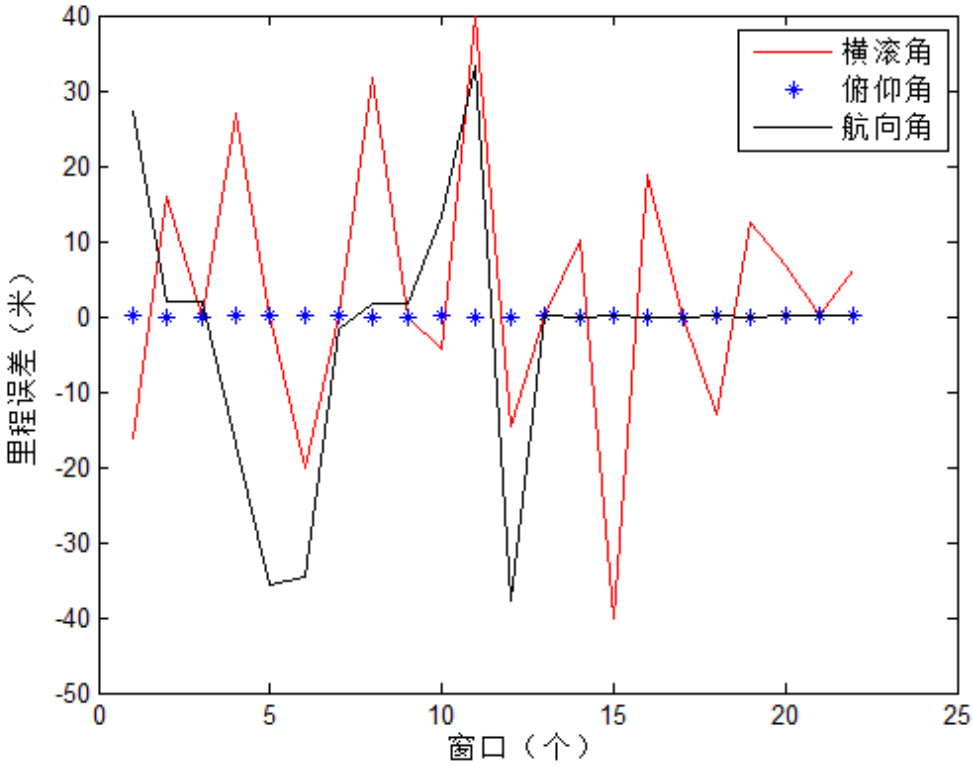

图 5.14 HG4930 姿态特征匹配定位里程误差

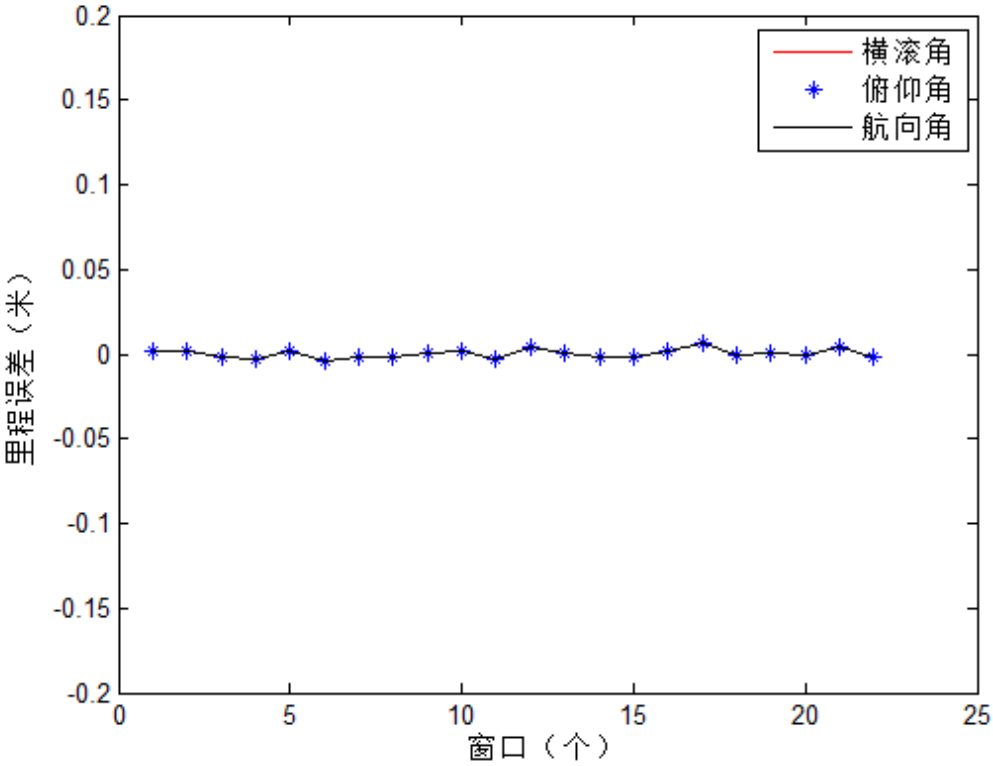

图 5.15 POS830 姿态特征匹配定位里程误差

轨距同样是一种比较容易由传感器获取的轨道几何特征，在轨检小车平台搭

载的轨距尺多次采集数据，进行与惯导的时间同步和空间投影以及降采样后，同样可以利用计算皮尔森相关系数进行轨道几何特征匹配，图 5.16 表示轨距特征匹配定位的精度，可见待匹配数据进行分段后，里程误差均分在 -6×10^{-3} 米 - 6×10^{-3} 米之间，具有较高的定位精度。可见轨距特征匹配也具备实现列车高精度定位的能力，能够作为一种观测信息对惯导进行辅助定位，以提高组合导航系统的可靠性。

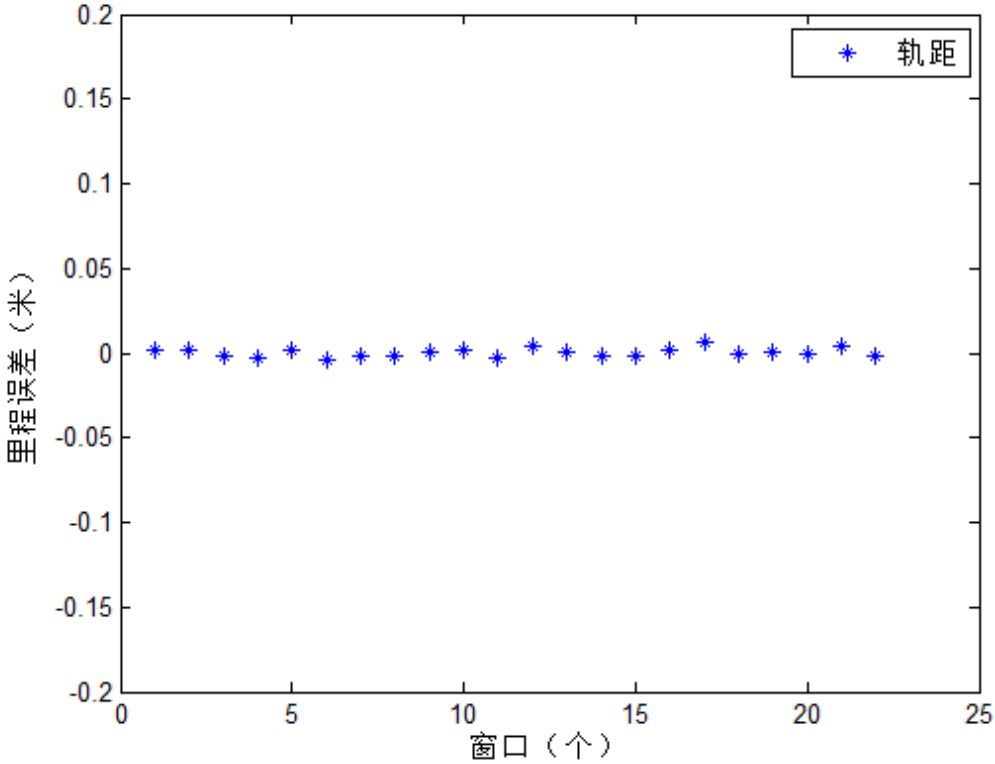

图 5.16 轨距特征匹配定位里程误差

5.3 整体性能分析

完成轨道姿态和轨距特征匹配的定位精度分析，本节主要验证和优化前文设计的轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合定位算法。在实验一轨检小车上，如果使用战术级惯导，可以采用俯仰角和轨距进行特征匹配，如果使用高精度的导航级惯导，横滚角、俯仰角、航向角和轨距四种几何特征均可以用来进行特征匹配。轨道几何特征匹配的定位结果可以实时作为观测信息，在卡尔曼滤波器中辅助惯导进行列车的连续定位。图 5.17 为特征地图匹配辅助惯性导航轨检小车定位误差，载体每行驶 30 米进行一次轨道几何特征匹配定位，即匹配定位窗口长度为 30 米。我们可以看到惯导误差积累问题得到了解决。此时，最大北向定位误差为 1.08 m，最大东向定位误差为 0.38 m，最大高程定位误差为 0.19 m。当载体每行驶 4 米进行一次轨道几何特征匹配定位，即将特征匹配定位的窗口

长度减小为 4m。此时，减小窗口可以减小惯导独立进行工作时间，可以频率更高的利用轨道几何特征匹配定位结果对惯导定位进行辅助修正，可以减小惯导的累积误差，但减小匹配窗口长度，也会使待匹配数据包含的轨迹几何特征信息量减少，如果轨道几何特征窗口过小很容易使得待匹配数据过于平滑或者与背景数据多段数据具有相似性，就会产生错误的匹配定位结果。如果用错误的定位结果不加任何处理来辅助惯性导航系统，将会导致灾难性的后果。如图 5.19，一旦出现误匹配，载体定位误差将迅速增大。在图 5.18 中，轨道几何特征匹配定位的窗口长度仍然减小为为 4m，但我们采用了前文所述的新息滤波的方式进行抗差处理，来检测轨道几何特征匹配定位结果与惯导短时间的定位结果是否存在较大的差异，一旦二者结果的差异超过给定阈值，可以认定为出现了误匹配，将误匹配定位结果进行剔除处理，不再使用轨道几何特征匹配定位结果作为观测信息对惯导进行辅助。此时定位结果如下:最大北向定位误差为 0.44 m，最大东向定位误差为 0.25 m，最大高度定位误差为 0.11 m。由此可以看出，该方法能够有效地克服误匹配带来的影响，获得亚米级定位结果。

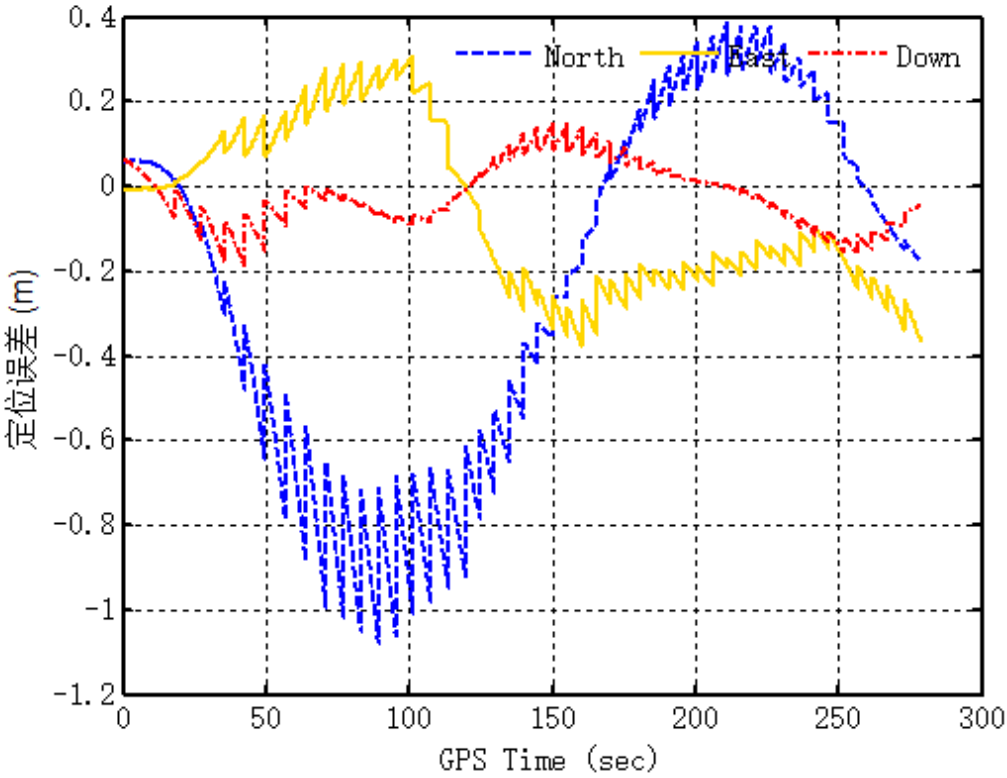

图 5.17 窗口长度为 30 米轨道几何特征匹配辅助惯导定位误差

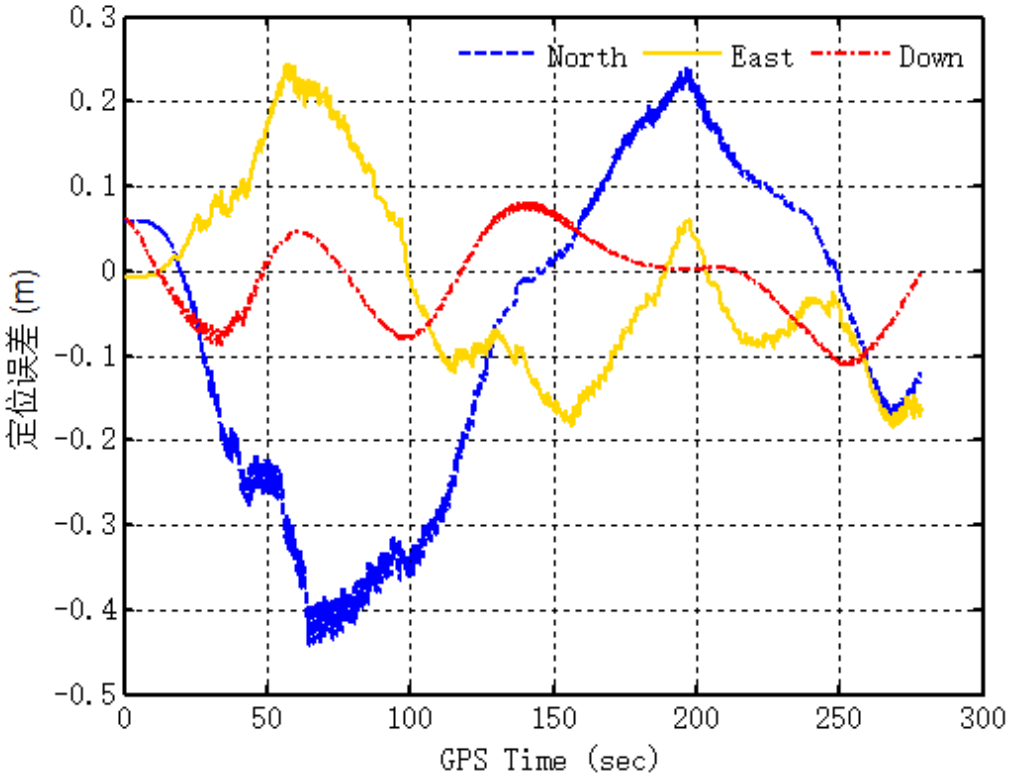

图 5.18 窗口长度为 4 米轨道几何特征匹配辅助惯导定位误差

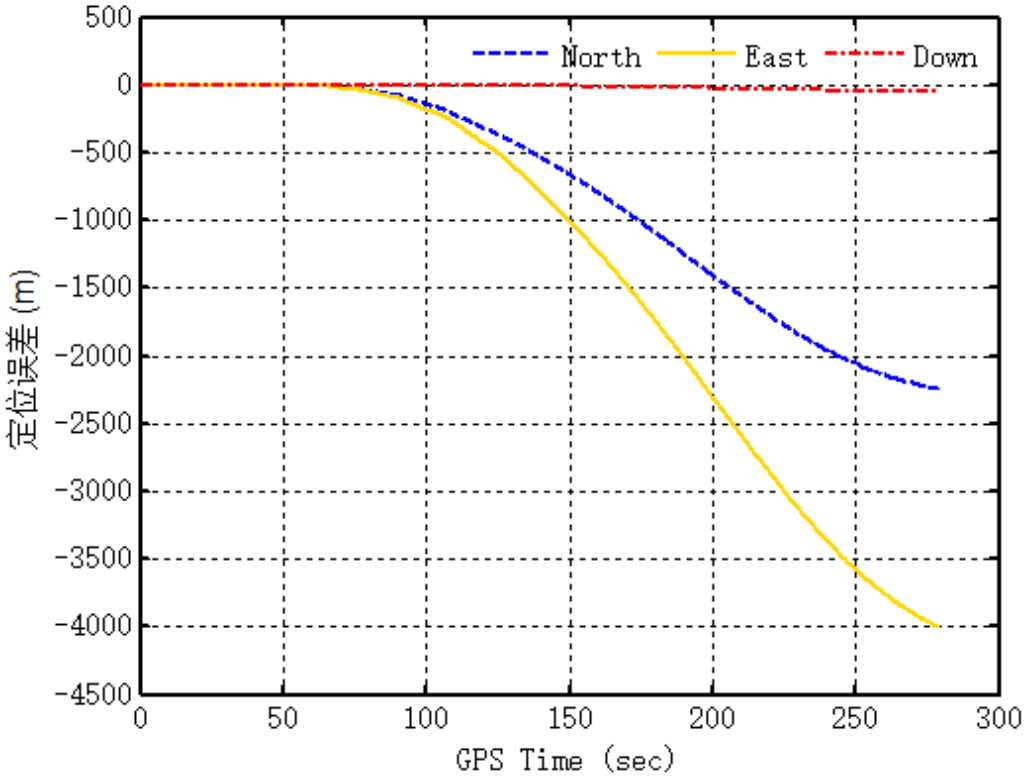

图 5.19 未处理误匹配定位误差

表 5.1 为利用战术级惯导 HG4930 的姿态处理结果和轨距进行特征匹配，并

且使用轨道几何特征匹配定位结果辅助惯导的位置导航误差统计结果。为了使得惯导误差参数在初始时刻能够快速收敛，在初始前几分钟使用了 GNSS 差分定位结果对惯导进行了辅助。导航误差统计结果中统计了轨道几何特征匹配窗口为 30 米、轨道几何特征匹配窗口为 4 米并进行新息滤波抗差处理和特获匹配窗口为 4 米不对误匹配进行任何处理的几种情形。从表中可以看出轨道几何特征匹配窗口为 30 米时，北向、东向和垂向位置误差的 RMS 值分别为 0.478 米、0.202 米和 0.077 米，轨道几何特征匹配窗口为 4 米并进行新息滤波抗差处理时，北向、东向和垂向位置误差的 RMS 值分别为 0.204 米、0.111 米和 0.052 米，表明在减小轨道几何特征匹配窗口并且对误匹配进行有效处理的情况下，能够减小总体的位置误差，这主要是因为惯导独立进行导航推算的时间变短，在一定程度上减小了惯导的累积误差。也可以看到轨道几何特征匹配窗口为 4 米不对误匹配进行处理时，北向、东向和垂向位置误差的 RMS 值分别为 1127.635 米、1918.159 米和 22.503 米。此时的位置误差是十分巨大的，导航定位结果完全不可靠，这主要是如果使用错误的定位结果对惯导进行修正，不但无法消除惯导累积误差的影响，反而会快速增大惯导定位误差，继续使用错误的姿态测量值进行轨道几何特征匹配，依旧会连续出现误匹配的情况。

表 5.1　轨道几何特征匹配定位辅助惯导的位置导航误差统计结果

	特征匹配窗口 30 米			特征匹配窗口 4 米			未抗差		
	北向	东向	垂向	北向	东向	垂向	北向	东向	垂向
Mean (m)	0.379	0.181	0.065	0.165	0.094	0.042	797.284	1323.963	15.473
RMS (m)	0.478	0.202	0.077	0.204	0.111	0.052	1127.635	1918.159	22.503
Max (m)	1.081	0.379	0.191	0.442	0.246	0.111	2252.682	4005.943	44.970

通过前文定位结果可见适当的轨道几何特征匹配窗口长度是至关重要的，当轨道几何特征匹配窗口过大时，将使得特征匹配的频率降低，使轨道几何特征变成稀疏信号，对惯导累积误差的修正效果将会降低，甚至会导致惯导采集的姿态不再具备空间重复性。当轨道几何特征匹配的窗口小到一定程度时，会因为轨道几何特征信息量少而出现大量的误匹配，甚至会出现使用抗差处理策略也无法有效解决的情形。图 5.20 显示了不同特征匹配窗口长度下特征匹配结果辅助惯导的最大位置误差。可以看出，当匹配窗口长度在 5-100 米之间时，可以得到理想的定位结果。当轨道几何特征匹配窗口长度小于 5 米或者超过 100 米时，都会使得位置误差超过亚米级水平。

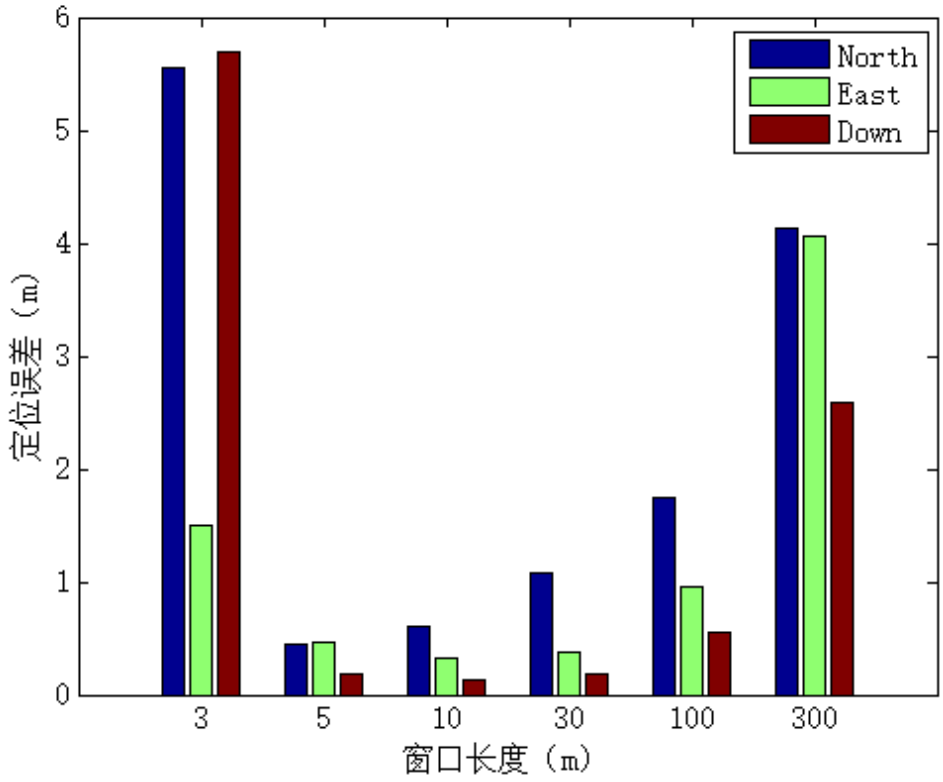

图 5.20 不同长度特征匹配窗口下特征匹配结果辅助惯导的最大位置误差

5.4 列车平台轨道几何特征匹配定位精度分析

本节使用列车平台下采集的数据对轨道几何特征匹配定位精度进行分析，在实验二中，将高精度 POS830 安装于列车车厢，低等级 ADIS16465 安装于列车转向架位置，在长约 12 公里的同一段轨道线路进行六次重复测量。同样在多次测量中，任意选取其中的两次测量数据，按照前文所述的空间投影方法，将姿态数据投影在相同的轨道处并进行降采样，采样间隔为 0.2 米。为了表示的更加清晰，将其中一次测量的姿态角进行了整体 0.2deg 的平移。以 POS830 为例，图 5.21、图 5.22 和图 5.23 分别为导航级惯导任意两次测量采集的轨道横滚角、俯仰角和航向角，可以看到轨道横滚角、俯仰角和航向角在图形起伏变化和数值大小上都具备很好的重复性。而 ADIS16465 采集的轨道姿态角，仅俯仰角具备相对较好的重复性，横滚角和航向角重复性都很差。

将 ADIS16465、POS830 采集的轨道姿态角的数据按照前文所述方法，把待匹配数据均分为里程长度为 100 米的窗口，并计算与背景数据的皮尔森相关系数，根据最大皮尔森相关系数位置确定匹配的里程位置。图 5.24 表示精度较高的 POS830 轨道几何特征匹配里程误差，可见横滚角、俯仰角和航向角进行特征匹配的里程误差均在一米以下，其中俯仰角相对其它姿态角的里程定位误差更多的分布在 0.2 米以内，特征匹配的效果最好。图 5.25 表示精度较低的 ADIS16465

轨道几何特征匹配里程误差，可见横滚角和航向角进行特征匹配的里程误差均较大，横滚角的匹配里程误差在 10 米以内，航向角的匹配里程误差在 30 米以内，俯仰角进行特征匹配的里程误差相对较小，在 6 米以内。表 3 给出了 POS830 和 ADIS16465 采集的轨道姿态进行特征匹配的里程误差 RMS 值，其中 POS830 采集的轨道横滚角、俯仰角和航向角进行特征匹配的里程误差 RMS 值分别为 0.195 米、0.194 米、0.233 米，ADIS16465 采集的轨道横滚角、俯仰角和航向角进行特征匹配的里程误差 RMS 值分别为 5.080 米、0.901 米、11.525 米。

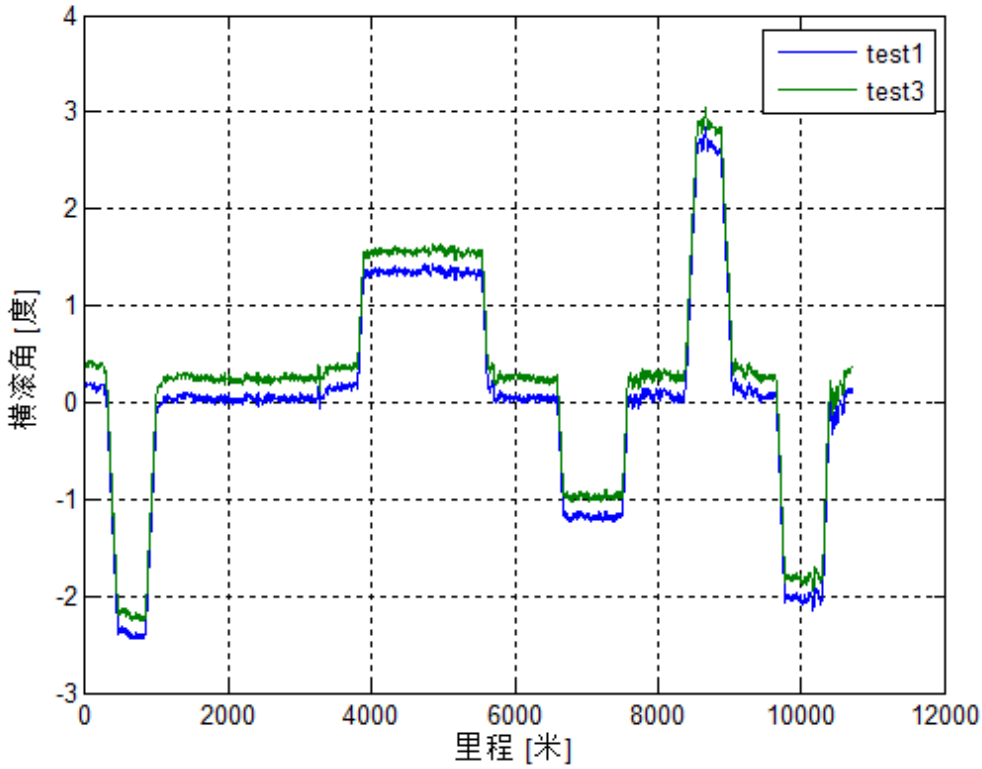

图 5.21 列车平台 POS830 测试路段轨道横滚角

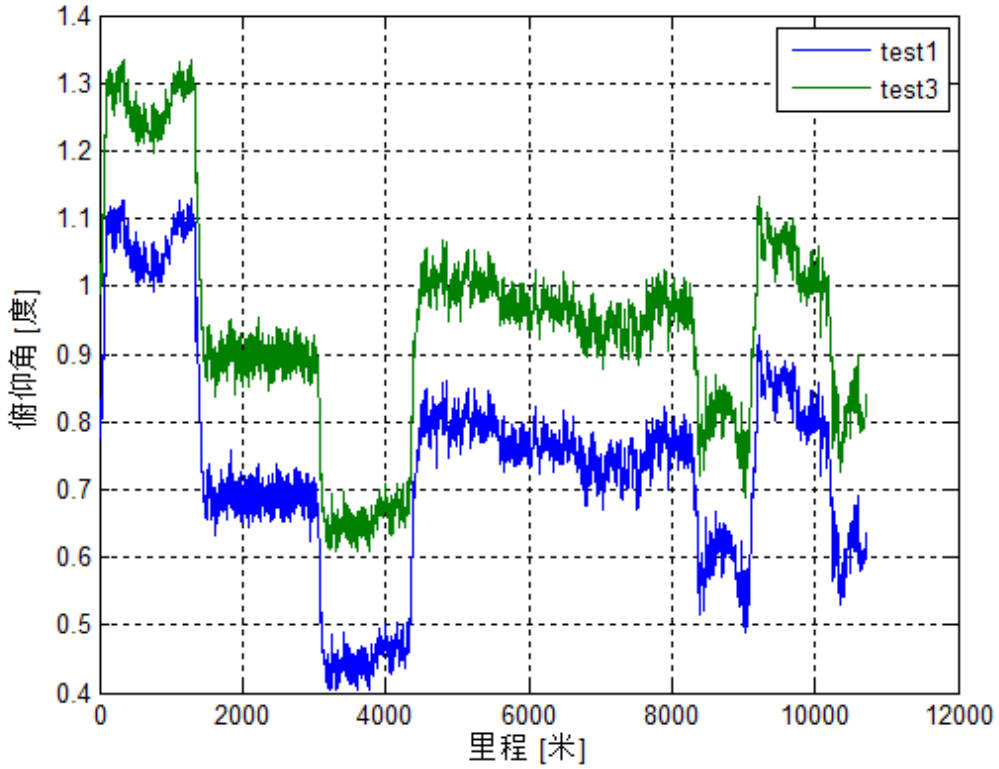

图 5.22 列车平台 POS830 测试路段轨道俯仰角

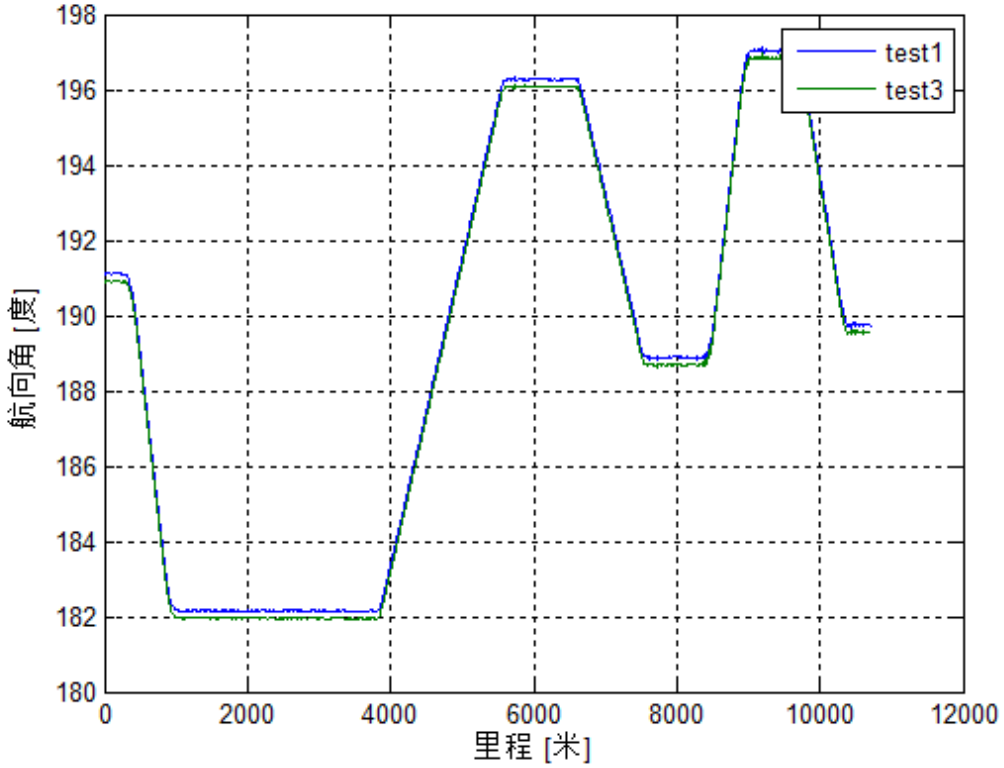

图 5.23 列车平台 POS830 测试路段轨道航向角

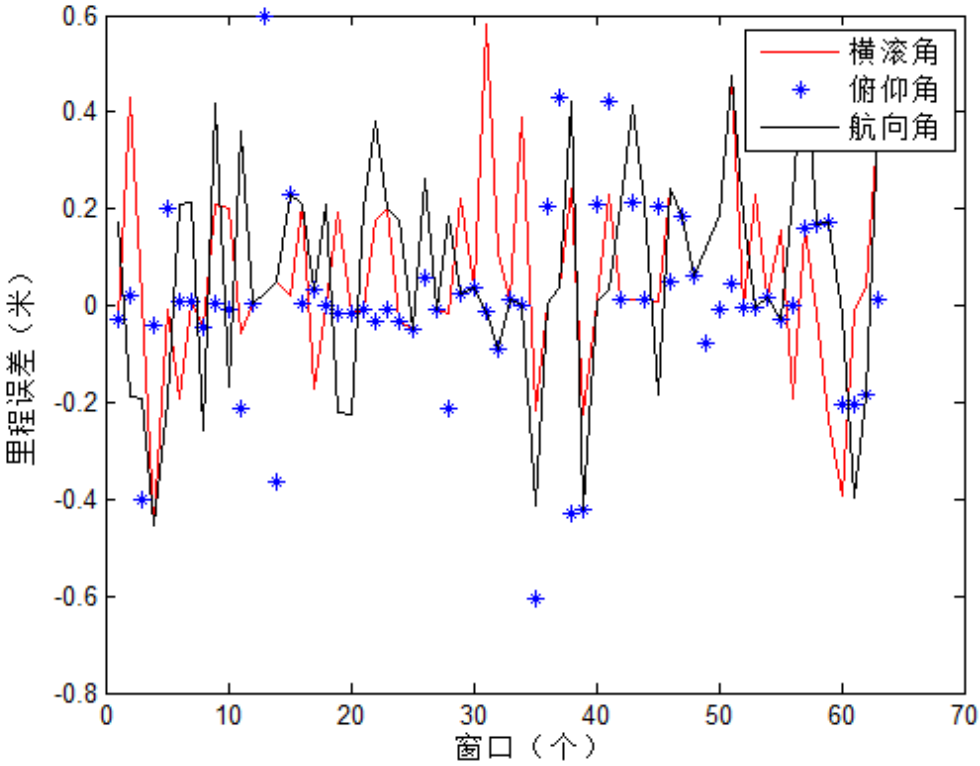

图 5.24 列车平台 POS830 姿态特征匹配定位里程误差

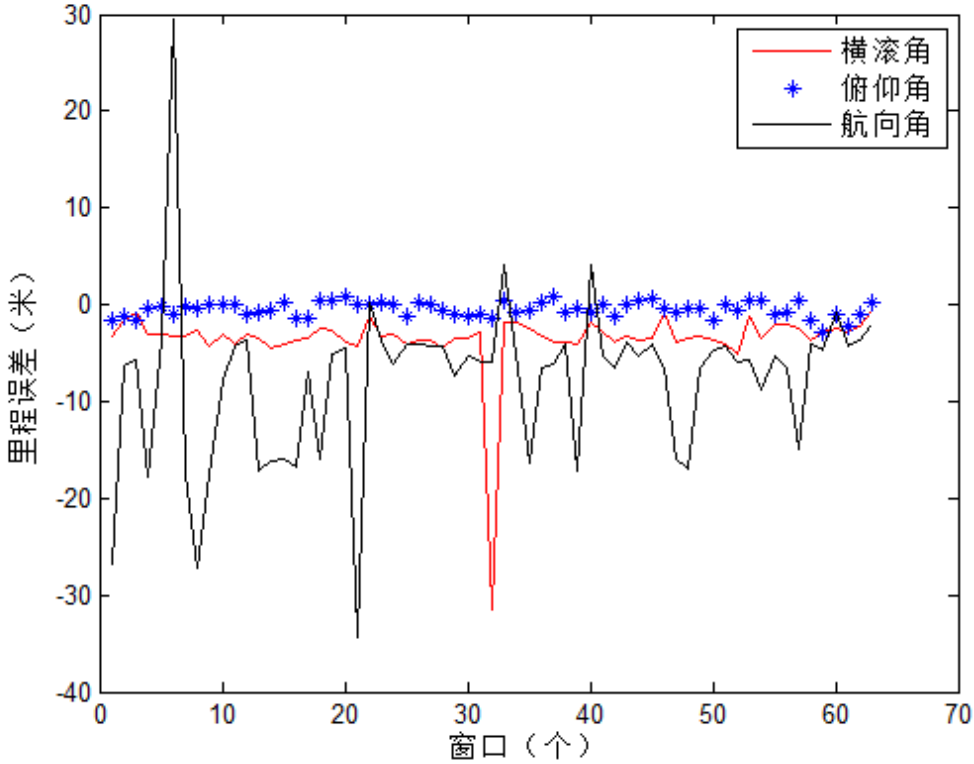

图 5.25 列车平台 ADIS16465 姿态特征匹配定位里程误差

表 5.2　列车平台轨道姿态特征匹配的里程误差 RMS 值

	横滚角匹配里程误差 RMS（米）	俯仰角匹配里程误差 RMS（米）	航向角匹配里程误差 RMS（米）
POS830	0.195	0.194	0.233
ADIS16465	5.080	0.901	11.525

6 总结与展望

6.1 总结

列车定位技术在轨道交通自动控制系统中发挥着重要的作用，要想通过对列车实现自动精准的控制，就必须获取准确的列车位置信息。在未来列车的无人驾驶和列控系统的智能化中，精确的列车定位技术也是一项关键技术。目前虽然可用的定位传感器和定位信息源众多，但是单一的定位技术只能在一定程度上满足列车定位需求，进行多信息融合，实现多技术间的优势互补是解决高精度、高可靠列车定位问题的技术方向。在降低轨旁设备布设密度甚至取消轨旁设备的情况下，当 GNSS 信号长时间中断时，如何维持列车定位的高精度和高可靠性仍然是亟需解决的关键技术难题。依靠现有方法解决这一问题技术难度大、实现成本高。本文使用轨道姿态和轨距这些几何特征进行匹配定位，并修正惯导辅助列车定位系统实现精准定位的方法，从理论和实验角度对方案的可行性以及影响定位精度因素进行了分析。本文的主要工作和结论可以归纳如下:

（1）通过将轨道的横滚角、俯仰角和航向角与轨距信息进行时间同步、空间投影及降采样，将不同数据率的传感器和不同时刻采集的数据统一到空间同一里程点位置，使得多次测量的数据具备可定位性（位置关联性）。

（2）采用计算皮尔森相关系数的方式建立了轨道几何特征匹配定位模型，在此基础上分析了几种轨道几何特征的匹配定位精度，并讨论了影响定位精度的因素，对参数进行了优化，实现了亚米级的定位精度。研究各类轨道几何特征数据的测量误差，为后续多源信息融合提供准确的误差参数。

（3）设计了轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法方案，一方面，在给定初始概略位置（粗定位）的情况下，IMU/里程计自主导航解算得到列车里程预测值，作为轨道几何特征的局部里程索引。另一方面，IMU 结合轨距传感器实测轨道几何特征并与背景特征地图匹配获取里程外部观测；通过 Kalman 滤波对二者进行融合处理，得到校正后的精确里程（即定位信息），并在线估计和补偿 IMU 的传感器误差。此外，采用了里程计信息、非完整约束(NHC)、零速更新(ZUPT)和新息滤波抗差处理进一步提高系统的精度和可靠性的策略。

（4）通过在轨检小车平台和列车平台上搭载多套不同等级的惯导和其它传感器进行数据采集实验，对算法模型进行了验证。分析了不同等级惯导采集数据处理后的姿态空间重复性，在轨检小车平台上低精度 MEMS 惯导在空间姿态重复性上较差，使用皮尔森相关系数法进行匹配定位无法得到精确的定位结果，战术级惯导的俯仰角和导航级惯导的三维姿态角具备较好空间重复性，能够实现高

精度的轨道几何特征匹配定位。同时分析了不同长度特征匹配窗口对定位结果的影响，窗口过小会导致轨道几何特征不明显，窗口过小将使得轨道几何特征匹配的频率降低，使轨道几何特征变成稀疏信号，对惯导累积误差的修正效果将会降低，甚至会导致惯导采集的姿态不再具备空间重复性。还将不同等级惯导搭载于列车平台进行了实验，验证了轨道几何特征匹配定位算法应用于列车定位的可行性，使用导航级惯导能够得到亚米级的列车匹配定位结果。

6.2 展望

本文设计的轨道几何特征匹配/INS/里程计多信息融合列车定位算法能够实现亚米级列车定位，能够提高列车定位系统的可靠性，但是还存在一些问题和不足：

（1）在特征匹配定位算法中，还存在一些其它模型值得借鉴和对比分析，如图形匹配和语音识别中的匹配算法，对改善系统性的轨道几何特征漂移和跳变具备潜力，也有望使更低等级惯导实现轨道几何特征匹配定位。

（2）由于实验条件限制，没有分析列车运行速度对轨道几何特征匹配定位算法的影响，尚需采集列车不同运行速度下的轨道几何特征数据，对算法进行进一步优化。

（3）高精度轨道几何特征地图是实现本课题所述列车匹配定位的基础。轨道由于受到各种外部因素的影响，几何特征会随时间缓慢变化，因此还需研究高精度轨道几何特征地图内容的组织、存储方式和创建更新方法，如借鉴 SLAM 技术实现地图的自动更新。

参考文献

[1] 王顺洪, ″中国高速铁路发展及其经济影响分析,″ 西南交通大学学报 (5):65-69.

[2] 袁磊,王俊峰,康仁伟, ″CTCS-3级列控系统临时限速建模与验证,″ 西南交通大学学报, 2013, 48(4):708-714.

[3] 张曙光, ″CTCS-3级列控系统总体技术方案,″ 2008.

[4] J. Otegui, A. Bahillo, I. Lopetegi, and L. E. Díez, "A Survey of Train Positioning Solutions," *IEEE Sensors Journal*, vol. 17(20), pp. 6788-6797, 2017.

[5] Y. Zheng and P. Cross, "Integrated GNSS with different accuracy of track database for safety-critical railway control systems," *GPS solutions*, vol. 16(2), pp. 169-179, 2012.

[6] 周达天, ″基于多传感器信息融合的列车定位方法研究,″ 博士, 北京交通大学, 2007.

[7] S. Damy, "A novel GNSS-based positioning system to support railway operations," Ph.D.,Imperial College London, 2016.

[8] 刘江, ″基于GPS/INS 列车组合定位数据融合算法研究,″ 硕士, 西南交通大学, 2013.

[9] P. D. Groves, *Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems*:Artech house, 2013.

[10] 上官伟, 袁敏, 肖杰, 蔡伯根, and 王剑, ″基于GNSS 的列车定位单元设计与性能评估方法,″ 铁道学报, vol. 38(02), pp. 64-73, 2016.

[11] Fouzia Elbahhar, Marc Heddebaut. "Advanced Train Positioning/Communication System. Modern Railway Engineering,"2018.

[12] Watanabe, Dai, Oguma, Kenji, and Amiya, Noriharu. "Method for train positioning.", US20050137760. 2005.

[13] 刘进，吴汶麒, ″轨道交通列车定位技术,″ 2001.

[14] 乔超，唐慧佳, ″列车里程计定位方法的研究[J],″ 兰州铁道学院学报,2003.

[15] 刘江, 蔡伯根, and 王剑, ″基于卫星导航系统的列车定位技术现状与发展,″ 中南大学学报(自然科学版), vol. 45(11), pp. 4033-4042, 2014.

[16] T. Mueller, D. Dow, J. Brawner, R. Bortins, P. Davis, D. Sweet, *et al.*, "Design and testing of a robust high speed rail prototype GPS locomotive location system," in *Proceedings of the 17th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2004)*, 2001, pp. 729-740.

[17] 王剑, ″基于GNSS 的列车定位方法研究,″ 博士, 北京交通大学, 2007.

[18] S. S. Saab, "A map matching approach for train positioning. I. Development and analysis,"*IEEE Transactions on vehicular technology*, vol. 49(2), pp. 467-475, 2000.

[19] S. S. Saab, "A map matching approach for train positioning. II. Application and experimentation," *IEEE Transactions on vehicular technology*, vol. 49(2), pp. 476-484, 2000.

[20] K. Gerlach and C. Rahmig, "Multi-hypothesis based map-matching algorithm for precise train positioning, " in Information Fusion, 2009 12th International Conference on, 2009, pp. 1363-1369.

[21] O. Heirich, A. Steingass, A. Lehner, and T. Strang, "Velocity and location information from onboard vibration measurements of rail vehicles," in *Information Fusion (FUSION), 2013 16th International Conference on*, 2013, pp. 1835-1840.

[22] O. Heirich, B. Siebler, and E. Hedberg, "Study of Train-Side Passive Magnetic Measurements with Applications to Train Localization," *Journal of Sensors*, vol. 2017, 2017.

[23] J. Marais, S. Ambellouis, A. Flancquart, S. Lefebvre, C. Meurie, and Y. Ruichek, "Accuratelocalisation based on GNSS and propagation knowledge for safe applications in guided

transport," *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 48, pp. 796-805, 2012.
［24］J. S. Sánchez, A. Gerhmann, P. Thevenon, P. Brocard, A. B. Afia, and O. Julien, "Use of a FishEye camera for GNSS NLOS exclusion and characterization in urban environments," in ION ITM 2016, International Technical Meeting, 2016.
［25］Hann, & G , "Incremental train control system,"IEEE Vehicular Technology Magazine, 5(4), 50-55.
［26］A.Simsky,F.Wilms,J-P.Franckart, "GNSS-based failsafe train positioning system for low-density traffic lines based on one- dimensional positioning algorithm,".ESA/ESTSC,Noordwijik,8-10 Dec 2004,Netherlands:ESA,2004,1-8.
［27］Emilio G,Celso P,Virginia A, "GRAIL-2:Enhanced Odometry based on GNSS, "Procedia-Social and Behacioral Sciences, 2012,48:880-887.
［28］陈起金，″基于A-INS组合导航的铁路轨道几何状态精密测量技术研究，″ 武汉大学. 2016.
［29］罗林, 张格明, 吴旺青, 柴雪松，″轮轨系统轨道平顺状态的控制，″ 北京：中国铁道出版社，2006.
［30］P. D. Groves, " Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems," Artech House, 2013.
［31］袁信，郑谔，″捷联惯性导航系统原理，″ 北京：航空工业出版社, 1985.
［32］E.-H. Shin, "Estimation techniques for low-cost inertial navigation," The University of Calgary, 2005.
［33］P. Savage, "Strapdown Analytics (Part I) vol. Part I: Strapdown Associates Inc," Maple Plain,Minnesota, 2000.
［34］K. R. Britting, "Inertial navigation systems analysis, " 2010.
［35］D. Titterton and J. L. Weston, "Strapdown inertial navigation technology ," vol. 17: IET, 2004.
［36］R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," Journal of basic Engineering, vol. 82, pp. 35-45, 1960.
［37］R. G. Brown and P. Y. Hwang, "Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB exercises and solutions," vol. 1. New York::Wiley, 1997.
［38］常乐，″基于DSP的GNSS/INS实时组合导航系统的研究，″ 武汉大学，2017.
［39］Q. Chen, Q. Zhang, and Y. Cheng, "Railway track irregularity measuring by GNSS/INS integration," in *26th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GNSS 2013, September 16, 2013 - September 20, 2013*, Nashville, TN, United states, 2013, pp. 2180-2194.
［40］Q. J. Chen, X. J. Niu, L. L. Zuo, T. S. Zhang, F. Q. Xiao, Y. Liu, *et al.*, "A Railway Track Geometry Measuring Trolley System Based on Aided INS," *Sensors*, vol. 18(2), p. 26, Feb 2018.
［41］O. G. Crespillo, O. Heirich, and A. Lehner, "Bayesian GNSS/IMU tight integration for precise railway navigation on track map," in *Position, Location and Navigation Symposium-PLANS 2014, 2014 IEEE/ION*, 2014, pp. 999-1007.
［42］O. Heirich, "Bayesian train localization with particle filter, loosely coupled GNSS, IMU, and a track map," *Journal of Sensors*, vol. 2016, 2016.

致谢

三年时光，如白驹过隙，硕士生活即将结束。我也将离开武汉，离开樱花树下的家，离开可爱的老师和同学，开启人生的下一段旅程。有许许多多的美好回忆，也有许许多多的感谢要说。

首先，我想感谢桑吉章老师，桑老师为人和蔼可亲，在我遇到困难的时候给予了莫大的帮助，在平时也很热情的帮助我，桑老师无私的帮助和关心令我很感动。还要感谢的是牛小骥老师，感谢牛老师三年的谆谆教诲。牛老师为人谦逊，对问题的理解深邃，对学生指导耐心，我的论文从写作到修改都得到了牛老师耐心的指导。还要感谢陈起金博士后，陈老师治学严谨，带领我入门 GNSS/INS 组合导航算法，在科研中遇到问题，总能很耐心的帮助我，论文从选题到修改都得到了陈师兄无私的帮助。在武汉疫情期间，各位老师通过网络的形式，一如既往的耐心指导我完成毕业论文。老师们的优秀品格永远值得我学习。

还要感谢在武汉遇到的同学和朋友们，你们给我带来了温暖，和你们在一起生活和学习的时光，是我最美好的回忆，离别之际，万千不舍。最后感谢我的家人，感谢他们的支持、关心和爱护。同时祝福我的第二故乡武汉战胜疫情之后，更加美好。